

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»

Кафедра автоматизации производственных процессов

## **ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ**

Методические указания по выполнению лабораторных работ  
для студентов всех форм обучения направления подготовки  
09.03.01 Информатика и вычислительная техника  
(профиль «ЭВМ, комплексы, системы и сети»)

Краснодар  
2019

Составитель: канд. техн. наук, доц. Е.В. Лубенцова

Основы теории управления: методические указания по выполнению лабораторных работ для студентов всех формы обучения направления подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника(профиль «ЭВМ, комплексы, системы и сети») / Сост.: Е.В. Лубенцова; Кубан. гос. технол. ун-т. Каф. автоматизации производственных процессов. – Краснодар, 2019. – 74 с.

Содержат теоретические сведения, задание и порядок выполнения лабораторных работ, требования к оформлению отчета по лабораторным работам, перечень контрольных вопросов для самопроверки и список рекомендуемой литературы.

Рецензенты: д-р техн. наук, проф., и.о. зав. кафедрой АПП КубГТУ В.Ф. Лубенцов;  
д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой ИВТ КубГТУ В.А. Атрощенко

**СОДЕРЖАНИЕ**

Лабораторная работа 1. Исследование типовых звеньев линейных АСР..	4
Лабораторная работа 2. Изучение последовательного соединения звеньев и их реакции при охвате различными видами обратной связи .....	13
Лабораторная работа 3. Изучение параллельного соединения звеньев и их реакции при охвате различными видами обратной связи .....	18
Лабораторная работа 4. Идентификация технологических объектов управления .....	22
Лабораторная работа 5. Определение оптимальных параметров настройки регулятора по критерию равной степени затухания и построение процесса регулирования в линейной АСР с запаздыванием.....	33
Лабораторная работа 6. Синтез АСР на основе критерия максимальной степени устойчивости .....	45
Лабораторная работа 7. Исследование каскадных САУ .....	52
Лабораторная работа 8. Исследование многосвязной САУ .....	58

# ЛИНЕЙНЫЕ АВТОМАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

### *ИССЛЕДОВАНИЕ ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ ЛИНЕЙНЫХ АСР*

Цель работы: изучение типовых звеньев линейных АСР и переходных процессов в них при ступенчатом и импульсном изменении входного сигнала.

## 1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Статические и динамические свойства автоматической линейной системы управления определяются дифференциальным уравнением, передаточной функцией, временными и частотными характеристиками.

Дифференциальное уравнение линейной системы управления, называемое уравнением динамики, в общем случае имеет вид:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0(t), \quad (1)$$

где  $x(t)$  и  $y(t)$  – входное и выходное воздействие системы.

Для решения уравнения (1) необходимо знать начальные условия  $y(0)$ ,  $y'(0)$ ,  $y''(0)$ , ...,  $y^{(n-1)}(0)$ .

Уравнение (1) обычно записывают в операторной форме:

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + a_1 p + a_0) Y(p) = (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + b_1 p + b_0) X(p), \quad (2)$$

где  $p = \frac{d}{dt}$  – оператор дифференцирования.

Введем обозначения:

$$Q(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0, \quad (3)$$

$$R(p) = b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0, \quad (4)$$

где  $Q(p)$  – собственный операторный полином,

$R(p)$  – операторный полином входного воздействия.

Отношение операторного полинома входного воздействия к собственному операторному полиному при нулевых начальных условиях называется **передаточной функцией системы управления в операторной форме**:

$$W(p) = \frac{R(p)}{Q(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}. \quad (5)$$

Если коэффициенты  $a_0$  и  $b_0$  равны единице, то такая передаточная функция называется **нормированной**:

$$W(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + 1}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + 1}. \quad (6)$$

Отношение изображения по Лапласу выходной величины системы к изображению входного воздействия при нулевых начальных условиях называется **передаточной функцией в форме изображения по Лапласу**:

$$W(p) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}, \quad (7)$$

где  $X(s)$  и  $Y(s)$  – изображение по Лапласу от временных функций  $X(t)$  и  $Y(t)$  при нулевых начальных условиях,  $S = \alpha \pm i\omega$ ,  $S$  – комплексная переменная.

Для линейных стационарных систем, т.е. систем, описываемых линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, передаточные функции  $W(p)$  и  $W(s)$  совпадают.

**Временные характеристики** могут быть получены решением дифференциального уравнения (1) при заданных начальных условиях и известном виде входного воздействия  $x(t)$ . Очень часто входное воздействие изменяется скачком (например, включение, выключение нагрузки). Для математической записи скачка используют единичную ступенчатую функцию:

$$1(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < 0; \\ 1, & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (8)$$

Графическое изображение единичной ступенчатой функции приведено на рисунке 1.1.

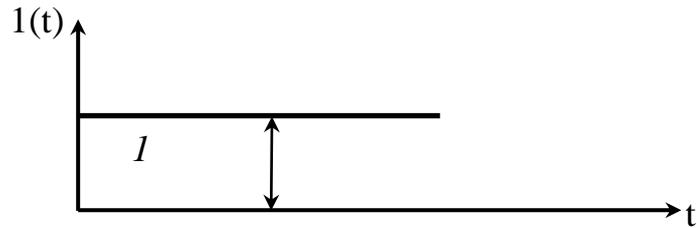


Рисунок 1.1 – Графическое изображение единичной ступенчатой функции

Реакция звена или системы при нулевых начальных условиях на входную величину, являющуюся единичной ступенчатой функцией времени, называется **переходной характеристикой** звена или системы.

Изображение по Лапласу единичной ступенчатой функции  $\frac{1}{S}$ , а изображение переходной характеристики:

$$H(s) = W(s) \cdot X(s) = W(s) \cdot \frac{1}{S} \quad (9)$$

Если известна переходная характеристика  $h(t)$ , а входное ступенчатое воздействие равно  $a \cdot 1(t)$ , то выходная величина равна  $a \cdot h(t)$ .

Другой, часто встречающейся, входной величиной являются кратковременные, но большие по величине всплески, импульсы, удары. Нормированным импульсным воздействием считается одиночный импульс, у которого площадь равна единице:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1. \quad (10)$$

Графическое изображение одиночного импульса приведено на рисунке 1.2.

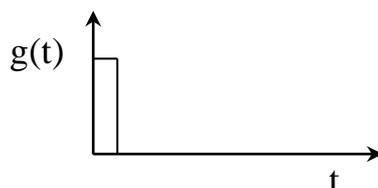


Рисунок 1.2 – Графическое изображение единичного импульсного воздействия

Математически идеальный единичный импульс записывается в виде:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t \neq 0; \\ \infty, & \text{при } t = 0 \end{cases} \quad (11)$$

и представляет собой производную от единичной ступенчатой функции:

$$\delta(t) = \frac{dI(t)}{dt}. \quad (12)$$

Реакцию звена или системы на единичную импульсную функцию называют **импульсной (весовой, импульсной переходной) характеристикой**:

$$\omega(t) = \frac{dh(t)}{dt}. \quad (13)$$

Изображение по Лапласу весовой характеристики есть передаточная функция в форме изображения Лапласа:

$$L\{\omega(t)\} = W(s). \quad (14)$$

При анализе систем управления в установившемся режиме удобно использовать периодические функции времени в качестве входных воздействий.

Если на входе звена (или системы) подается гармонический сигнал вида

$$x(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) = A_1 e^{j\omega t} e^{-j\varphi_1} \quad (15)$$

с амплитудой  $A_1$  и фазой  $\varphi_1$ , то на выходе этого звена (или системы) установится также гармонический сигнал

$$y(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) = A_2 e^{j\omega t} e^{-j\varphi_2} \quad (16)$$

с другой амплитудой  $A_2$  и фазой  $\varphi_2$ .

$$\text{Величины } A(\omega) = \frac{A_2}{A_1} \text{ и } \varphi(\omega) = (\varphi_2 - \varphi_1) \quad (17)$$

являются функциями частоты и называются **амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)** и **фазо-частотной характеристикой (ФЧХ)** рассматриваемого звена. Эти характеристики показывают, что звено изменяет амплитуду и фазу гармонического сигнала при изменении частоты  $\omega$ . Частотные характеристики зависят от свойств звена и не зависят от амплитуды и фазы входного сигнала.

Частотной передаточной функцией  $W(j\omega)$  называется отношение выходного гармонического сигнала ко входному. Она получается из передаточной функции  $W(p)$  (или  $W(s)$ ) заменой  $p = j\omega$  (или  $s = j\omega$ ).

Функция  $W(j\omega)$  является комплексной функцией частоты  $\omega$  и при каждом значении частоты может быть представлена в виде:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = U(\omega) + jV(\omega), \quad (18)$$

где  $A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$  – **амплитудная частотная характеристика звена (АЧХ);** (19)

$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)}$  – **фазовая частотная характеристика (ФЧХ);** (20)

$V(\omega)$ ,  $U(\omega)$  – мнимая и вещественная частотные характеристики;

$$U(\omega) = A(\omega)\cos\varphi(\omega); \quad V(\omega) = A(\omega)\sin\varphi(\omega). \quad (21)$$

Связь между этими характеристиками иллюстрируется на рисунке 1.3.

Кривая (годограф), которую описывает конец вектора  $W(j\omega)$  на комплексной плоскости при изменении частоты  $\omega$  от 0 до  $\infty$ , называется **амплитудно-фазовой частотной характеристикой (АФЧХ)** (рисунок 1.3).

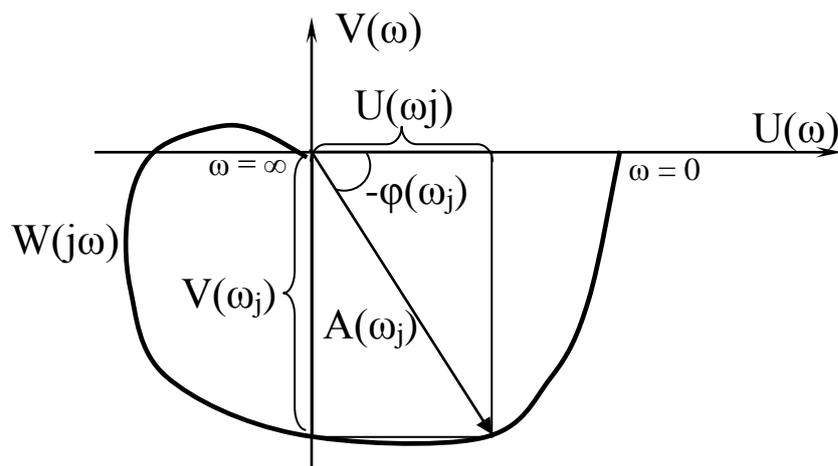


Рисунок 1.3 – Амплитудно-фазовая частотная характеристика

Кроме перечисленных частотных характеристик в инженерной практике широко используются логарифмическая амплитудная частотная (ЛАЧХ) и фазовая частотная (ЛФЧХ) характеристики. ЛАЧХ называется график зависимости вида:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega). \quad (22)$$

По оси ординат откладывается значение логарифмической амплитуды в децибелах.

1 бел соответствует увеличению мощности сигнала в 10 раз, а на 1 децибел приходится изменение амплитуды в 1,12 раз.

1 децибел составляет десятую часть бела.

По оси абсцисс откладывается значение частоты  $\omega$  в логарифмическом масштабе. Отрезок оси, соответствующий изменению частоты в 10 раз, называется **декадой**, а отрезок оси абсцисс, соответствующий изменению частоты в 2 раза, называется **октавой**. Нуль оси абсцисс лежит слева в бесконечности, так как  $\lg 0 = \infty$ .

ЛФЧХ – график зависимости фазы  $\varphi(\omega)$  от частоты. ЛФЧХ имеет такую же ось абсцисс, что и ЛАЧХ, а по оси ординат в равномерном масштабе откладывается фаза в градусах или радианах.

Значительные участки ЛАЧХ с большой точностью могут быть заменены прямыми линиями – асимптотами, которые имеют отрицательный или положительный наклон, кратный 20 дБ на декаду, т.е. -20 дБ/дек, -40 дБ/дек, ... +20 дБ/дек, +40 дБ/дек...

Таблица 1.1 – Таблица логарифмических характеристик

№ п/п	АЧХ $A(\omega)$	ЛАЧХ $L(\omega)$	Асимптотическая ЛАЧХ
1	$K$	$20 \lg k$	$20 \lg k$
2	$\frac{k}{\omega}$	$20 \lg k - 20 \lg \omega$	$20 \lg k - 20 \lg \omega$

3	$k\omega$	$20\lg k - 20\lg \omega$	$20\lg k + 20\lg \omega$
4	$\frac{k}{\sqrt{1+T^2\omega^2}}$	$20\lg k - 10\lg(1+\omega^2T^2)$	$20\lg k$ , при $\omega < \frac{1}{T}$ $20\lg k - 20\lg T\omega$ , при $\omega > \frac{1}{T}$
5	$k\sqrt{1+\tau^2\omega^2}$	$20\lg k + 10\lg(1+\omega^2\tau^2)$	$20\lg k$ , при $\omega < \frac{1}{\tau}$ $20\lg k + 20\lg \tau\omega$ , при $\omega > \frac{1}{\tau}$
6	$\frac{k}{\sqrt{(1+\omega^2T^2)^2 + (2\omega\sigma\tau)^2}}$	$20\lg k - 10\lg(1 + (2\omega\sigma\tau)^2 + \omega^4T^4)$	$20\lg k$ , при $\omega \ll \frac{1}{T}$ $20\lg k - 40\lg T\omega$ , при $\omega > \frac{1}{T}$
7	$k\sqrt{(1+\omega^2\tau^2)^2 + (2\omega\sigma\tau)^2}$	$20\lg k + 10\lg(1 + (2\omega\sigma\tau)^2 + \omega^4\tau^4)$	$20\lg k$ , при $\omega \ll \frac{1}{\tau}$ $20\lg k + 40\lg \tau\omega$ , при $\omega > \frac{1}{\tau}$

## 2 ЗАДАНИЕ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Работа выполняется на ПЭВМ каждым студентом самостоятельно. Задание в виде таблицы 2.1 значений параметров передаточных функций типовых линейных звеньев выдается преподавателем.

Таблица 2.1 – Параметры передаточных функций типовых звеньев

№ варианта	Параметры							
	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$\tau$
1	0,4	0,4	0,4	0,1	2,0	0,5	0,1	0,5
2	0,5	0,5	0,5	0,2	1,5	0,6	0,2	1,0
3	0,6	0,6	0,6	0,3	1,0	0,7	0,3	1,5
4	0,7	0,7	0,7	0,4	0,5	0,8	0,4	2,0
5	0,8	0,8	0,8	0,5	0,4	0,9	0,5	3,0
6	0,9	0,9	0,9	0,6	0,2	1,0	0,6	3,5
7	1,0	1,0	1,0	0,7	0,1	1,1	0,7	4,0
8	1,1	1,1	1,1	0,8	1,0	1,2	0,8	0,5
9	1,2	1,2	1,2	0,9	1,5	2,0	0,9	1,0
10	1,3	1,3	1,3	1,0	2,0	4,0	1,0	1,5
11	1,4	1,4	1,4	1,1	2,5	6,0	1,1	2,0
12	1,5	1,5	1,5	1,2	4,0	8,0	1,2	4,0
13	1,6	1,6	1,6	1,3	3,0	7,0	1,3	5,0
14	1,7	1,7	1,7	1,4	2,8	5,0	1,4	4,5
15	1,8	1,8	1,8	1,1	2,2	3,0	1,1	3,5
16	1,9	1,9	1,9	0,7	2,1	1,3	0,7	2,0
17	2,0	2,0	2,0	0,8	1,4	4,5	0,8	2,5
18	2,1	2,1	2,1	0,9	0,8	1,4	0,9	3,0

Структурная схема исследуемой системы представлена на рисунке 2.1.

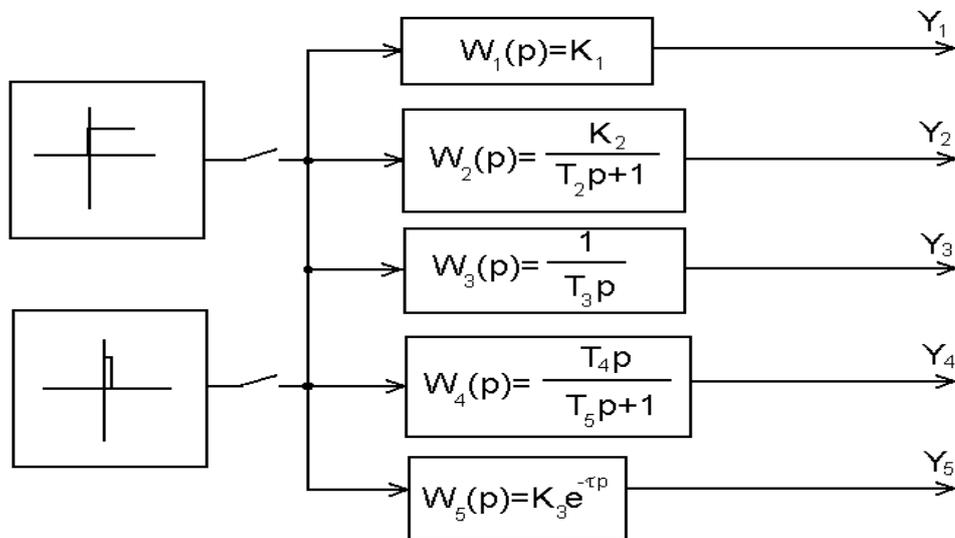


Рисунок 2.1 – Структурная схема исследуемой системы

1. Собрать структурную схему исследуемой системы на функциональных блоках пакета моделирования.
2. Подать на вход системы скачкообразное воздействие в виде ступенчатой функции и получить переходные процессы на выходе каждого звена.

3. Подать на вход системы импульсное воздействие и получить переходные процессы на выходе каждого звена.

4. По графикам переходных процессов определить параметры звеньев (коэффициент усиления, постоянную времени, время запаздывания).

### **3 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА**

Отчет о выполнении лабораторной работы должен содержать:

1. Исходные данные в виде таблицы значений параметров передаточных функций типовых линейных звеньев.

2. Структурную схему исследуемой системы и схему моделирования с использованием блоков моделирующей системы.

3. Графики переходных процессов на выходе каждого звена, полученные:

а) при ступенчатом входном воздействии;

б) при импульсном входном воздействии.

4. Значения параметров передаточных функций типовых линейных звеньев, определенные графическим способом.

### **4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Что понимается под типовым звеном АСР?

2. Перечислите типовые звенья АСР, запишите их уравнения и передаточные функции.

3. Чем отличается колебательное звено от апериодического звена второго порядка?

4. В чем отличие динамических характеристик звеньев от статических?

5. Дайте определение передаточной функции.

6. Какую зависимость называют разгонной характеристикой или кривой разгона?

7. Запишите уравнение единичной функции.

8. Дайте определение импульсной переходной функции.

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2*****ИЗУЧЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО СОЕДИНЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ И ИХ РЕАКЦИИ ПРИ ОХВАТЕ РАЗЛИЧНЫМИ ВИДАМИ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ***

Цель работы: изучение динамических свойств систем при последовательном соединении типовых звеньев и наличии обратных связей.

**1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ**

Передающая функция звена  $W(p)$  представляет собой отношение изображения выходной величины звена  $Y(p)$  к изображению входной величины  $X(p)$  при нулевых начальных условиях:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}.$$

Пусть имеется два звена направленного действия (рисунок 1,а), входные и выходные величины которых обозначены соответственно  $X_{вх1}$ ,  $X_{вх2}$ ,  $X_{вых1}$ ,  $X_{вых2}$ , а их передаточные функции –  $W_1(p)$ ,  $W_2(p)$ .

Звенья считаются соединенными последовательно тогда, когда выходная величина одного звена является входной величиной другого (рисунок 1,б). Следовательно, равенство  $X_{вых1} = X_{вх2}$  есть математическая запись условия последовательного соединения звеньев. Заменяем два последовательно соединенных звена одним элементом так, чтобы входная и выходная величины остались теми же самыми (рисунок 1,в). Передаточную функцию такого элемента обозначим  $W_{1,2}(p)$ . Элемент 3 эквивалентен последовательно соединенным звеньям 1 и 2, если передаточная функция эквивалентного элемента равна произведению передаточных функций этих звеньев:

$$W_{1,2}(p) = W_1(p) \cdot W_2(p).$$

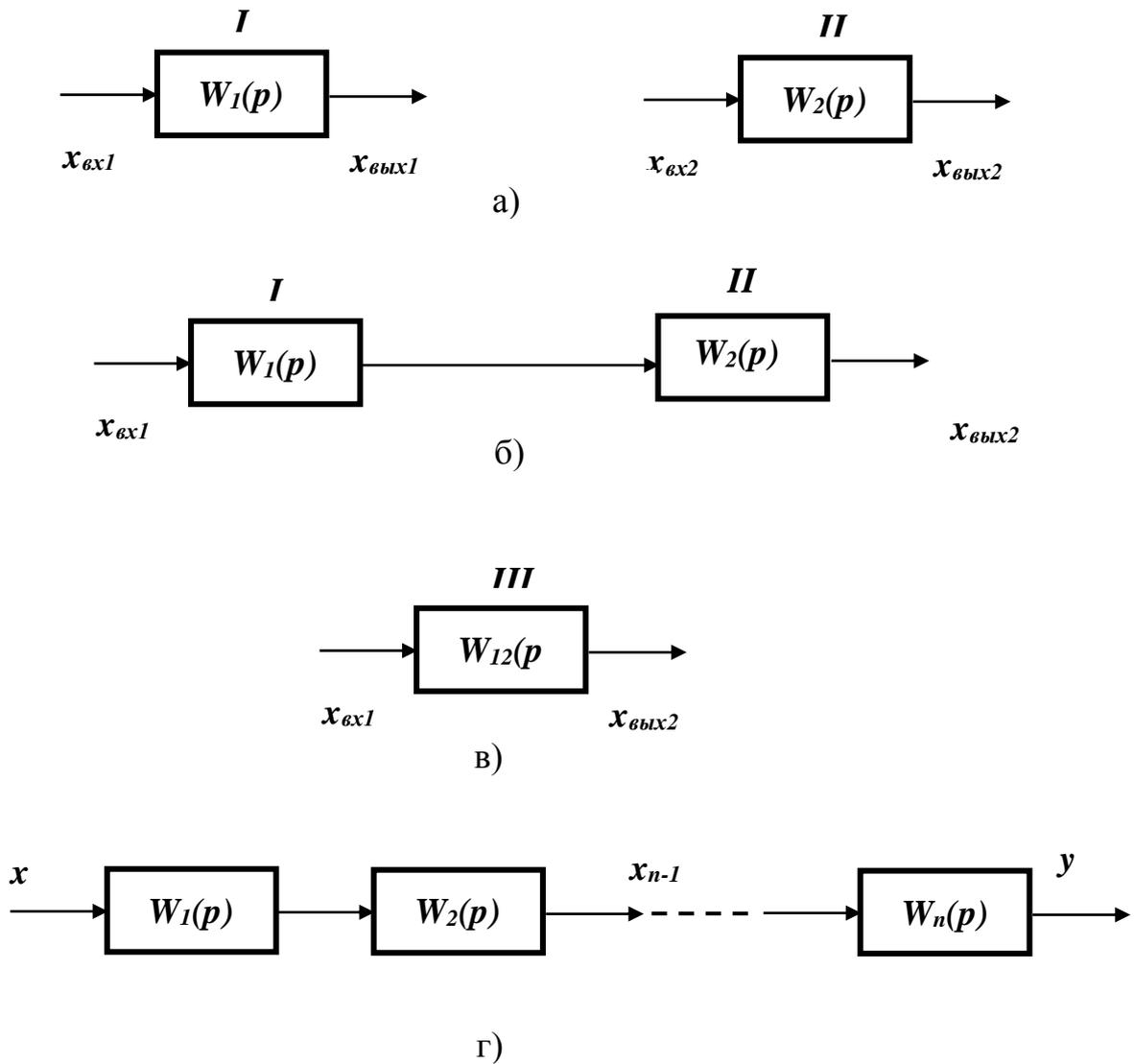


Рисунок 1 – Последовательное соединение звеньев

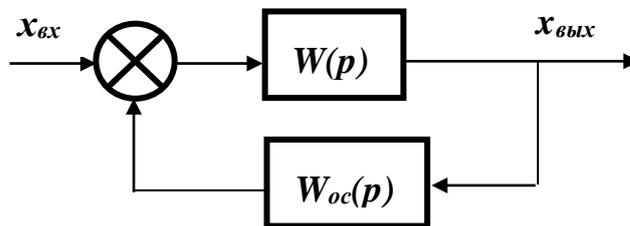


Рисунок 2 – Звено, охваченное обратной связью

Это положение справедливо для любого числа последовательно соединенных звеньев и элементов. Передаточная функция  $W(p)$  системы из  $n$  после-

довательно соединенных звеньев равна произведению передаточных функций отдельных звеньев  $W_i(p)$  (рисунок 1,г):  $W(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p)$ .

Передаточная функция звена  $W(p)$  с обратной связью  $W_{oc}(p)$  (рисунок 2):

$$W_{\text{экв}}(p) = \frac{W(p)}{1 \pm W(p) \cdot W_{oc}(p)}.$$

В этой формуле знак «+» соответствует отрицательной обратной связи, а знак «-» – положительной обратной связи.

## 2 УКАЗАНИЕ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Структурная схема последовательного соединения звеньев АСР представлена на рисунке 3. Она состоит из трех типовых звеньев I, II, III, соединенных последовательно, и звена запаздывания IV в цепи обратной связи.

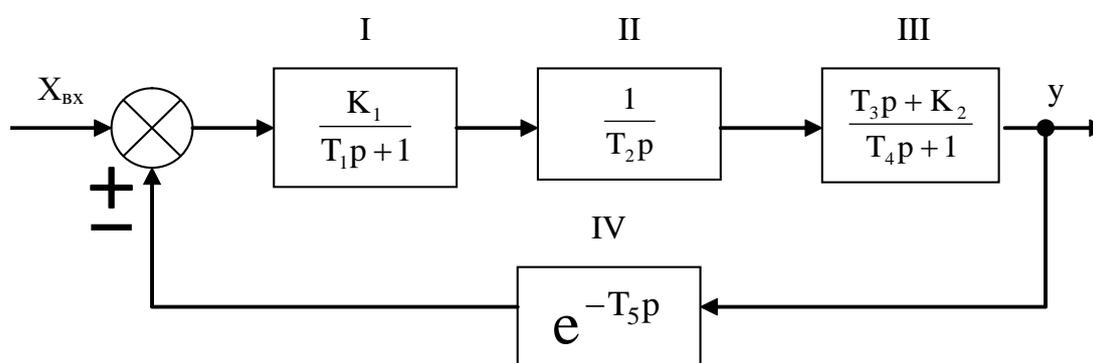


Рисунок 3 – Структурная схема АСР при последовательном соединении звеньев и наличии обратной связи

1. По заданным преподавателем вариантам параметров, указанных в таблице 1, определить передаточную функцию эквивалентного соединения звеньев в трех случаях:

- без учета обратной связи;
- при положительной обратной связи;

- при отрицательной обратной связи.

2. Рассчитать установившееся значение выходного сигнала для трех случаев:

- без учета обратной связи;
- при положительной обратной связи;
- при отрицательной обратной связи

по теореме о конечном значении функции:

$$y_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pW(p)X(p).$$

В случае, когда  $x = x_0$ , получаем

$$y_{\infty} = \lim_{p \rightarrow 0} W(p)X_0.$$

3. Собрать исследуемую систему (рисунок 3) с использованием программно-реализованных функциональных блоков. Получить для заданных параметров своего варианта переходную характеристику системы для трех случаев:

- при отсутствии обратной связи;
- при положительной обратной связи;
- при отрицательной обратной связи.

Таблица 1 – Значения параметров передаточных функций типовых линейных звеньев

Вариант	Параметры						
	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>
1	10	40	1	1,5	3	1	1
2	4	20	8	9	4	1	0
3	8	4	10	10,5	2	0,1	0
4	18	150	2	2,5	4	0,5	1
5	15	25	10	25	8	1	0
6	20	30	1	1	2	0,1	1
7	13	30	5	6	6	1,5	0
8	15	70	2	2	5	1	1
9	10	15	2,5	5	5	2	0
10	10	50	5	5,5	3	4	0
11	8	60	10	10,5	5	1,8	1
12	10	40	4	5	5,5	3	0

### 3 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет о выполнении лабораторной работы должен содержать:

1. Исходные данные в виде таблицы параметров передаточных функций типовых линейных звеньев.
2. Структурную схему исследуемой системы и схему набора.
3. Расчетные передаточные функции эквивалентного соединения звеньев.
4. Расчетные значения установившегося выходного сигнала.
5. Кривые переходных процессов, полученных в трех указанных выше случаях.
6. Анализ результатов.

### 4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какую структурную схему называют схемой с последовательным соединением звеньев?
2. По какому выражению определяют передаточную функцию системы с последовательным соединением звеньев? Доказать справедливость высказанного положения.
3. Как определяется передаточная функция системы с наличием положительной или отрицательной обратной связи?
4. Чему равен коэффициент усиления при последовательном соединении звеньев?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3

#### ***ИЗУЧЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СОЕДИНЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ И ИХ РЕАКЦИИ ПРИ ОХВАТЕ РАЗЛИЧНЫМИ ВИДАМИ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ***

Цель работы: изучение динамических свойств линейных АСР при параллельном соединении типовых звеньев и наличии обратных связей.

### 1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

**Соединение** двух звеньев называется **параллельным**, если на их вход поступает одна и та же величина, а выходные величины суммируются. Параллельное соединение звеньев 1 и 2 показано на рисунке 1.

Определим передаточную функцию эквивалентного элемента. Согласно определению передаточных функций имеем:

$$W_{1,2}(p) = \frac{x_{\text{ВЫХ}}(p)}{x_{\text{ВХ}}(p)}; \quad W_1(p) = \frac{x_{\text{ВЫХ1}}(p)}{x_{\text{ВХ}}(p)}; \quad W_2(p) = \frac{x_{\text{ВЫХ2}}(p)}{x_{\text{ВХ}}(p)}.$$

Суммируя передаточные функции первого и второго звеньев и учитывая условие параллельного включения, получим:

$$W_1(p) + W_2(p) = \frac{x_{\text{ВЫХ1}}(p)}{x_{\text{ВХ}}(p)} + \frac{x_{\text{ВЫХ2}}(p)}{x_{\text{ВХ}}(p)} = \frac{x_{\text{ВЫХ}}(p)}{x_{\text{ВХ}}(p)} = W_{1,2}(p).$$

Передаточная функция  $W(p)$  системы из  $n$ -параллельно соединенных звеньев (рисунок 1,г) равна сумме передаточных функций отдельных звеньев  $W_i(p)$ :

$$W(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p).$$

Передаточная функция звена  $W(p)$  с обратной связью  $W_{\text{oc}}(p)$ :

$$W_{\text{ЭКВ}}(p) = \frac{W(p)}{1 \pm W(p) \cdot W_{\text{oc}}(p)}.$$

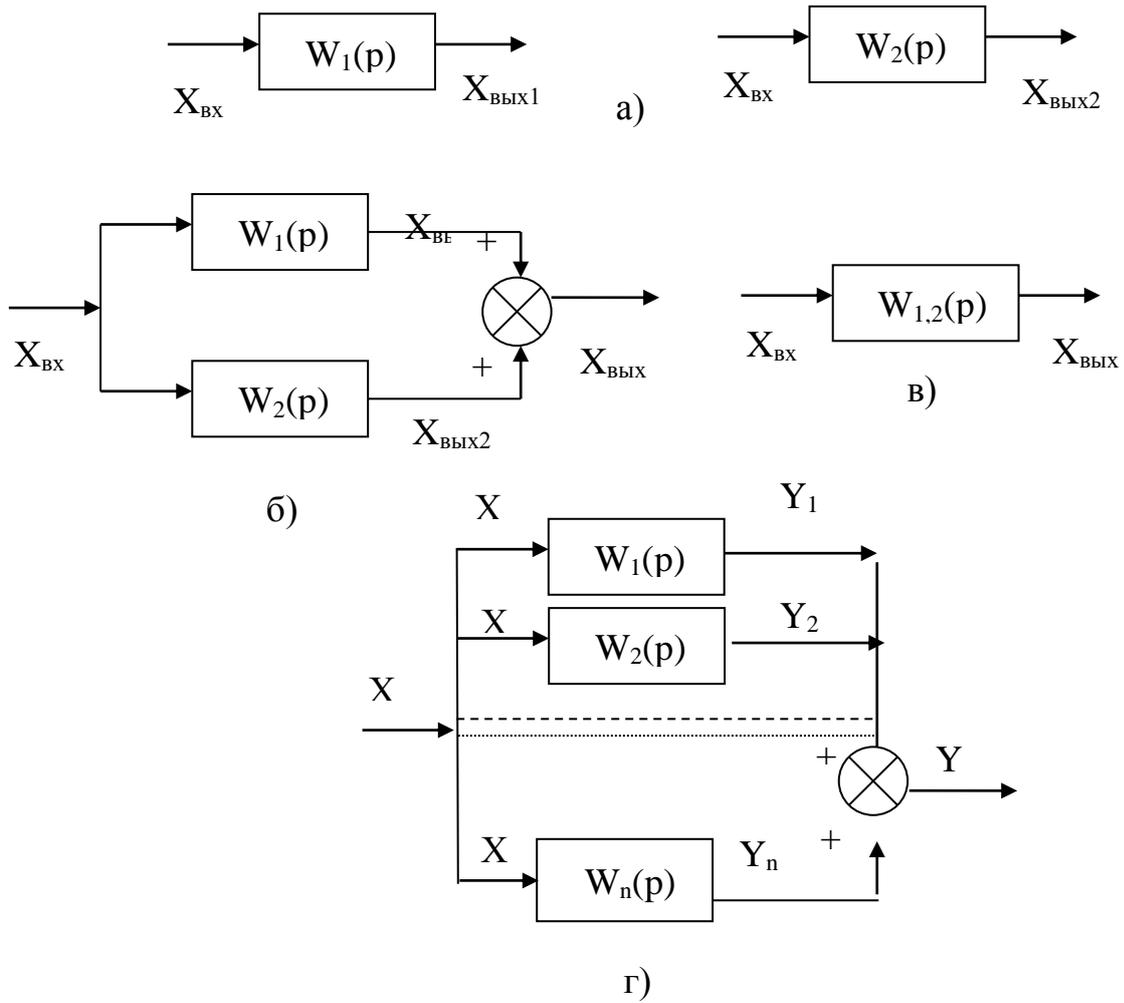


Рисунок 1 – Параллельное соединение звеньев

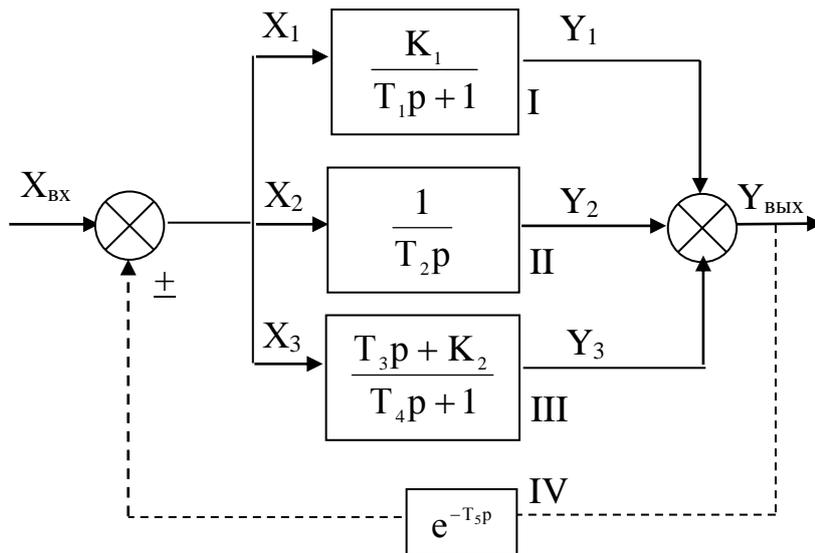


Рисунок 2 – Структурная схема АСР при параллельном соединении звеньев и наличии обратной связи

В этой формуле знак «+» соответствует отрицательной обратной связи, а знак «-» – положительной обратной связи.

## 2 ЗАДАНИЕ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Структурная схема параллельного соединения звеньев АСР представлена на рисунке 2. Она состоит из трех типовых звеньев I, II, III, соединенных параллельно, и звена запаздывания IV в цепи обратной связи.

1. По заданным преподавателем вариантам параметров, указанным в таблице 1, определить передаточную функцию эквивалентного соединения звеньев в трех случаях:

- без учета обратной связи;
- при положительной обратной связи;
- при отрицательной обратной связи.

2. Рассчитать установившееся значение выходного сигнала для трех случаев:

- без учета обратной связи;
- при положительной обратной связи;
- при отрицательной обратной связи

по теореме о конечном значении функции:

$$y_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pW(p)X(p).$$

В случае, когда  $x = x_0$ , получаем  $y_{\infty} = \lim_{p \rightarrow 0} W(p)X_0$ .

3. Собрать исследуемую систему (рисунок 2) с использованием программно-реализованных функциональных блоков.

Получить для заданных параметров своего варианта переходную характеристику системы для трех случаев:

- при отсутствии обратной связи;
- при положительной обратной связи;
- при отрицательной обратной связи.

### 3 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет о выполнении лабораторной работы должен содержать:

1. Исходные данные в виде таблицы параметров передаточных функций типовых линейных звеньев.
2. Структурную схему исследуемой системы и схему набора.
3. Расчетные передаточные функции эквивалентного соединения звеньев.
4. Расчетные значения установившегося выходного сигнала.
5. Кривые переходных процессов, полученных в трех указанных выше случаях.
6. Анализ результатов.

### 4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какую структурную схему называют схемой с параллельным соединением звеньев?
2. Как определяется передаточная функция системы, состоящей из параллельно включенных звеньев?
3. Как определяется передаточная функция системы с обратной связью?
4. В чем назначение обратной связи в АСР?
5. Как по результирующей передаточной функции найти операторное уравнение для системы с параллельным соединением звеньев?

Таблица 1 – Значения параметров передаточных функций типовых линейных звеньев

№ варианта	Параметры						
	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>
1	10	40	1,0	15	3	0,1	1
2	15	80	0,5	10	4	0,1	0
3	20	50	1,5	20	5	0,5	0
4	15	70	2,0	25	6	0,2	1
5	17	60	1,2	30	7	0,3	0
6	25	90	1,0	20	8	0,4	0
7	13	60	2,0	40	9	0,1	1
8	30	100	2,5	50	10	0,6	0
9	60	75	3,0	70	2	0,7	1
10	50	110	3,5	60	11	0,8	0
11	70	65	4,0	65	1	0,9	1
12	80	65	4,5	75	2	1,0	0

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

### *ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ*

Цель работы: овладение процедурой определения по кривой разгона коэффициентов дифференциального уравнения объекта второго порядка методом наименьших квадратов на ПЭВМ.

### 1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

В основе современных методов анализа, проектирования и расчета автоматических систем регулирования (АСР) лежит использование моделей, которые описывают свойства и характеристики систем, существенные для решаемых задач управления. Традиционными являются аналитические методы построения моделей. Однако усложнение решаемых задач, расширение круга и увеличение размерности объектов, процессов и систем явились объективными стимулами развития идентификации как специальной методики построения мо-

делей реальных объектов и систем по результатам их экспериментального исследования.

**Идентификацией** называется определение параметров и структуры математической модели, обеспечивающих наилучшее совпадение выходных координат модели и процесса при одинаковых входных воздействиях.

Отсюда следует, что процедура идентификации распадается на следующие три этапа:

- Выбор структуры модели на основании имеющейся априорной информации об исследуемом процессе и некоторых эвристических соображений.
- Выбор критерия близости объекта и модели, основанный на специфике задачи.
- Определение параметров модели, оптимальных с точки зрения выбранного критерия близости.

Идентификация предполагает, во-первых, использование априорной информации об объекте при определении структуры модели (**структурная идентификация**), и, во-вторых, обработку данных измерения для получения необходимой апостериорной информации (**параметрическая идентификация**).

Структуру модели выбирают на основе широко используемого в инженерной практике анализа и расчета реальных систем – класса линейных и линеаризованных уравнений.

В общем виде динамическая характеристика объекта с сосредоточенными параметрами и с одним входным сигналом  $x_{вх}(t)$  и выходным сигналом  $x_{вых}(t)$  описывается обыкновенным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n x_{вых}(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_{вых}(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx_{вых}(t)}{dt} + a_0 x_{вых}(t) = \\ = b_m \frac{d^m x_{вх}(t-\tau)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x_{вх}(t-\tau)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx_{вх}(t-\tau)}{dt} + b_0 x_{вх}(t-\tau), \end{aligned} \quad (1)$$

с начальными условиями

$$\left. \frac{d^{n-1} x_{\text{ВЫХ}}}{dt} \right|_{t=0} = x_{\text{ВЫХ}}^{n-1}(0), \dots, \left. \frac{dx_{\text{ВЫХ}}}{dt} \right|_{t=0} = x_{\text{ВЫХ}}^{(t)}(0); x_{\text{ВЫХ}}(0) = x_{\text{ВЫХ}}^{(0)}(0) \quad (2)$$

и заданными функциями  $x_{\text{ВХ}}(t), \dots,$

$$\frac{d^m x_{\text{ВХ}}(t)}{dt^m}$$

Для единообразия при последующей обработке (например, графическом выводе) входные и выходные величины в уравнении (1) записываются в виде отношений с диапазоном изменения от 0 до 1:

$$x_{\text{ВХ}}(t) = \frac{x_{\text{ВХ}}(t) - x_{\text{ВХ}}^{\text{НОМ}}(0)}{x_{\text{ВХ}}^{\text{НОМ}}(\infty) - x_{\text{ВХ}}^{\text{НОМ}}(0)}; \quad x_{\text{ВЫХ}}(t) = \frac{x_{\text{ВЫХ}}(t) - x_{\text{ВЫХ}}^{\text{НОМ}}(0)}{x_{\text{ВЫХ}}^{\text{НОМ}}(\infty) - x_{\text{ВЫХ}}^{\text{НОМ}}(0)}$$

где  $x_{\text{ВХ}}(t), x_{\text{ВЫХ}}(t)$  – текущие абсолютные значения экспериментально снятых входного и выходного сигналов;

$x^{\text{НОМ}}(0), x^{\text{НОМ}}(\infty)$  – номинальные значения, соответствующие измеряемым величинам в равновесном (установившемся) состоянии.

В этом случае постоянные коэффициенты  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0, b_m, b_{m-1}, \dots, b_0$ , подлежащие определению, безразмерны или имеют размерность времени в степени, равной порядку производной соответствующего сигнала.

Метод наименьших квадратов позволяет определять оптимальные, в смысле максимального значения адекватности, коэффициенты передаточной функции объекта управления по его кривой разгона.

Многие непрерывные объекты управления могут быть описаны с достаточной для практики точностью дифференциальным уравнением второго порядка вида:

$$a_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + x = b_1 \frac{df}{dt} + f, \quad (3)$$

где  $a_1, a_2, b_1$  – коэффициенты, зависящие от параметров объектов;

$x$  – выходная (регулируемая) величина;

$f$  – входное воздействие.

Умножим обе части уравнения (3) на  $dt$  и проинтегрируем от 0 до  $t$  ( $t$  – произвольный момент времени):

$$a_2 \int_0^t \frac{d^2 x}{dt^2} dt + a_1 \int_0^t \frac{dx}{dt} dt + \int_0^t x \cdot dt = b_1 \int_0^t \frac{df}{dt} dt + \int_0^t f \cdot dt.$$

Получим:

$$a_2 \cdot \left( \frac{dx}{dt} - \dot{x}(0) \right) + a_1 \cdot (x - x(0)) + \int_0^t x \cdot dt = b_1 \cdot (f(t) - f(0)) + \int_0^t f \cdot dt. \quad (4)$$

Так как в начальный момент  $x(0) = 0$ ,  $f(t) = 1$ ,  $f(0) = 1$  (ввиду того, что переходная функция получается в результате единичного воздействия на вход объекта управления), то коэффициент  $b_1$  выпадает из рассмотрения и уравнение (4) принимает вид:

$$a_2 \cdot \left( \frac{dx}{dt} - \dot{x}(0) \right) + a_1 \cdot x + \int_0^t x dt = \int_0^t f dt. \quad (5)$$

Введем обозначения:

$$x_1 = \int_0^t x dt; \quad f_1 = \int_0^t f dt. \quad (6)$$

Тогда получим:

$$a_2 \cdot \left( \frac{dx}{dt} - \dot{x}(0) \right) + a_1 \cdot x + x_1 = f_1. \quad (7)$$

Умножим обе части уравнения (7) на  $dt$  и проинтегрируем еще раз по  $dt$  от 0 до  $t$ . Тогда с учетом начальных условий будем иметь:

$$a_2 \cdot (x - \dot{x}(0) \cdot t) + a_1 \int_0^t x dt + \int_0^t x_1 dt = \int_0^t f_1 dt. \quad (8)$$

Введем обозначения:

$$x_2 = \int_0^t x_1 dt; \quad f_2 = \int_0^t f_1 dt; \quad x_3 = x - \dot{x}(0) \cdot t. \quad (9)$$

Теперь получим следующее соотношение, справедливое для любого момента времени  $t$ :

$$a_2 \cdot x_3 + a_1 \cdot x_1 + x_2 = f_2. \quad (10)$$

Оптимальными оценками коэффициентов  $a_1$  и  $a_2$  будут те, которые доставляют минимум функции невязки:

$$Q = \int_0^{T_0} (a_2 \cdot x_3 + a_1 \cdot x_1 + x_2 - f_2)^2 dt, \quad (11)$$

где  $T_0$  – продолжительность разгона объекта управления.

Введем обозначения:

$$x(i) = x((i-1) \cdot t). \quad (12)$$

Оптимальные оценки  $a_1$  и  $a_2$  параметров математической модели объекта управления (параметров передаточной функции объекта) найдем путем минимизации  $Q$  по этим параметрам, т. е. из системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial a_1} = \sum_{I=1}^N x_1^2(I)a_1 + \sum_{I=2}^N x_1(I) \cdot x_3(I)a_2 - \sum_{I=2}^N (f_2(I) - x_2(I)) \cdot x_1(I) = 0; \\ \frac{\partial Q}{\partial a_2} = \sum_{I=2}^N x_1(I)x_3(I)a_1 + \sum_{I=2}^N x_3^2(I)a_2 - \sum_{I=2}^N (f_2(I) - x_2(I)) \cdot x_3(I) = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} G_1 &= \sum_{I=2}^N x_1^2(I); & G_2 &= \sum_{I=2}^N x_1(I) \cdot x_3(I); & G_3 &= \sum_{I=2}^N x_3^2(I); \\ G_5 &= \sum_{I=2}^N (f_2(I) - x_2(I)) \cdot x_3(I); & G_4 &= \sum_{I=2}^N (f_2(I) - x_2(I)) \cdot x_1(I). \end{aligned}$$

Получим систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} G_1 \cdot a_1 + G_2 \cdot a_2 &= G_4 \\ G_2 \cdot a_1 + G_3 \cdot a_2 &= G_5 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

откуда находятся оценки коэффициентов:

$$\begin{aligned} a_1 &= (G_4 \cdot G_3 - G_2 \cdot G_5) / (G_1 \cdot G_3 - G_2 \cdot G_2), \\ a_2 &= (G_1 \cdot G_5 - G_2 \cdot G_4) / (G_1 \cdot G_3 - G_2 \cdot G_2). \end{aligned} \quad (15)$$

Коэффициент  $b_1$  определяется по формуле:

$$b_1 = a_2 \cdot \dot{x}(I), \quad (16)$$

где  $\dot{x}(i)$  – начальное значение производной переходной функции, определяемое по экспериментальной кривой разгона.

Показатель адекватности найденной математической модели (передаточной функции) определяется расхождением между переходной функцией, рассчитанной по модели, и экспериментальной кривой разгона. Чем меньше расхождение, тем выше показатель адекватности.

В качестве показателя адекватности математической модели принимается выражение:

$$AQ = 1 - \frac{\sum_{k=1}^N |x(k) - x_n(k)|}{\sum_{k=1}^N |x(k)|}. \quad (17)$$

При таком выборе, чем меньше отношение среднего значения модуля отклонения к среднему значению модуля ординат кривой разгона, тем выше показатель адекватности.

Значение показателя адекватности не меньше 0,95 может считаться приемлемым для инженерных расчетов.

### Определение динамических характеристик по переходным функциям

**Переходной функцией** объекта  $h(t)$  называется кривая изменения выходной величины  $x(t)$ , то есть когда

$$x(t) = \begin{cases} x_0 + A, & \text{при } t \geq 0; \\ x_0, & \text{при } t < 0. \end{cases} \quad (18)$$

где  $A$  – постоянная величина;

$x_0$  – начальное значение входной величины при  $t = 0$ .

Если объект линейный, то выбор начальных значений  $x_0$  и  $y_0$  не влияет на его динамические свойства, и поэтому принимают  $x_0=y_0=0$ , и ступенчатую функцию определяют как изменение входной величины по закону

$$x(t) = \begin{cases} A, & \text{при } t \geq 0, \\ 0, & \text{при } t < 0, \end{cases} \quad (19)$$

а переходную функцию  $h(t)$  рассматривают как решение независимого дифференциального уравнения, описывающего динамические свойства объекта при нулевых начальных условиях и ступенчатом возмущении.

Переходная функция  $h(t)$  связана интегральным соотношением с импульсной (весовой) функцией  $g(t)$ :

$$h(t) = \int_0^{\infty} g(t) dt. \quad (20)$$

**Импульсная функция**  $g(t)$  объекта – это кривая изменения во времени выходной величины  $y(t)$  при входном возмущении типа дельта-функции  $\delta(t)$ :

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & \text{при } t = 0, \\ 0, & \text{при } t \neq 0. \end{cases} \quad (21)$$

Преобразование по Лапласу дельта-функции  $L\{\delta(t)\} = 1$ , поэтому  $L\{g(t)\} = W(p)$ , то есть является передаточной функцией объекта.

Экспериментально  $g(t)$  найти невозможно, но ее можно вычислить путем дифференцирования переходной функции:

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt}. \quad (22)$$

Для экспериментального определения переходной функции объект выводят в установившееся состояние, при котором выходная величина  $y(t) = y_0 = \text{const}$ , а  $y'(t)$  и  $y''(t)$  равны 0, и наносят испытательное воздействие требуемой формы, например, ступенчатый скачкообразный сигнал с амплитудой  $A$ . С момента нанесения возмущения производится регистрация выходной величины  $y(t)$  и записи основных возмущающих величин объекта. Регистрация выходной величины идет до тех пор, пока она не прекратит свое изменение, а при наличии в объекте интегрирующих элементов – после установления постоянной скорости интегрирования  $y(t)$ . Для проверки линейности объекта в динамике подобные эксперименты проводятся несколько раз при различных знаках и амплитудах аperiodических входных воздействий. Максимальное значение амплитуды испытательного сигнала выбирается с учетом ограничений технологическими условиями и нелинейности статической характеристики, а минималь-

ное – с учетом уровня действующих помех и класса точности измерительной аппаратуры.

Аналогично снимаются экспериментальные кривые при входном воздействии типа прямоугольный импульс или прямоугольная волна, которые можно преобразовать в переходные функции. С целью идентификации переходные функции, полученные при различных величинах испытательного сигнала, перестраиваются в единичные переходные функции  $h_i(t)$ :

$$h_i^0(t) = \frac{h_i(t)}{A_i}. \quad (23)$$

Если разброс между функциями  $h^0(t)$  соизмерим с точностью измерения величин  $x(t)$  и  $y(t)$ , то для математической обработки выбирается одна из переходных функций. В противном случае производится усреднение  $h_i^0(t)$  по множеству номеров  $i$ , то есть определяется усредненная единичная переходная функция  $h^0(t)$ :

$$h^0(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i^0(t). \quad (24)$$

В инженерной практике используются различные методы обработки и аппроксимации экспериментальных переходных функций. Все они основываются на предположении, что полученная переходная функция является решением линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и нулевыми начальными условиями. Но большинство промышленных объектов являются объектами с распределенными параметрами и их динамические свойства описываются дифференциальными уравнениями в частных производных. Поэтому точная аппроксимация экспериментальных переходных функций уравнением вида

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + y(t) = k \left[ b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + x(t) \right] \quad (25)$$

возможна лишь при условии, что  $n, m \rightarrow 0$ . Но так как распределенность параметров объекта проявляется в основном в медленном изменении  $h(t)$ , при ма-

лых значениях  $t$ , то при практических расчетах время запаздывания переходной функции аппроксимируют звеном чистого запаздывания, передаточная функция которого  $W(p)=e^{-p\tau}$  также имеет бесконечное число полюсов.

Введение запаздывания преобразует исходное уравнение в вид:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + y(t) = k \left[ b_m \frac{d^m x(t-\tau)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t-\tau)}{dt^{m-1}} + \dots + x(t-\tau) \right] \quad (26)$$

и позволяет аппроксимировать экспериментальные переходные функции с точностью, достаточной для практики, уравнениями 1-3-го порядков.

Передаточная функция объекта в этом случае может быть представлена следующим уравнением:

$$W(p) = ke^{-p\tau} \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + 1}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + 1} = ke^{-p\tau} W_0(p). \quad (27)$$

Для промышленных объектов порядок числителя передаточной функции всегда меньше или равен порядку знаменателя, т.е.  $m \leq n$ .

В зависимости от предполагаемой структуры аппроксимирующего дифференциального уравнения используются различные методы определения коэффициентов  $a_n, a_{n-1}, \dots, b_m, b_{m-1}, \dots$ . Выбор структуры искомой передаточной функции  $W(p)$  производят в зависимости от формы экспериментальной переходной функции. Если  $h(0) = 0$ , а  $h'(0) \rightarrow 0$ , то порядок числителя передаточной функции на единицу меньше порядка знаменателя. Если  $h(0) = h'(0) = h''(0) = 0$ , то порядок числителя по крайней мере на две единицы меньше порядка знаменателя. И, наконец,  $h(0) = h'(0) = h''(0) = 0$ , то можно принимать  $b_m = b_{m-1} = \dots = b_0 = 0$ .

## 2 ЗАДАНИЕ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. По заданным преподавателем экспериментальным данным  $x(t)$ , указанным в таблице 1, строится кривая разгона объекта.

2. В оперативную память ПЭВМ вводятся данные  $x(I)$  и в соответствии с алгоритмом метода наименьших квадратов производится оценивание параметров  $a_1, a_2, b_1$ , вычисление ординат переходной функции и показателя адекватности  $AQ$ .

### 3 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Наименование и цель лабораторной работы.
2. Исходные данные  $x(I)$  в виде таблицы и графика кривой разгона.
3. Результаты выполнения на ПЭВМ вычислительной процедуры; показателя адекватности  $AQ$ ; ординаты переходной функции  $y(I)$ , рассчитанные по математической модели, в виде таблицы и графика в той же системе координат, что и кривая разгона  $x(I)$ .

### 4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под идентификацией?
2. Какой вид имеет дифференциальное уравнение объекта второго порядка?
3. Какой критерий оптимальности используется при оценке коэффициентов уравнения второго порядка?
4. Какой физический смысл имеет показатель адекватности математической модели объекта?
5. Что понимается под адекватностью модели объекта?
6. Как производится получение кривой разгона экспериментальным методом (активный эксперимент)?
7. Как осуществляется приведение кривой разгона к нормированной?

Таблица 1 – Исходные данные

№ п/п	Время t,с	Варианты заданий и ординаты кривой разгона						
		1	2	3	4	5	6	7
1	0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,5	0,055	0,050	0,055	0,070	0,055	0,050	0,147
3	1,0	0,155	0,145	0,150	0,185	0,150	0,135	0,323
4	1,5	0,270	0,255	0,265	0,310	0,265	0,245	0,484
5	2,0	0,385	0,365	0,380	0,430	0,380	0,355	0,620
6	2,5	0,500	0,470	0,480	0,535	0,480	0,460	0,725
7	3,0	0,596	0,565	0,575	0,625	0,575	0,555	0,805
8	3,5	0,680	0,645	0,655	0,700	0,655	0,640	0,863
9	4,0	0,755	0,745	0,720	0,760	0,720	0,710	0,905
10	4,5	0,810	0,775	0,775	0,810	0,775	0,770	0,935
11	5,0	0,860	0,820	0,820	0,850	0,820	0,820	0,955
12	5,5	0,895	0,860	0,860	0,885	0,860	0,860	0,970
13	6,0	0,925	0,890	0,885	0,910	0,885	0,895	0,979
14	6,5	0,945	0,915	0,910	0,930	0,910	0,920	0,987
15	7,0	0,965	0,935	0,930	0,945	0,930	0,940	0,992
16	7,5	0,975	0,950	0,945	0,955	0,945	0,955	0,995
17	8,0	0,985	0,960	0,955	0,965	0,955	0,965	0,997
18	8,5	0,990	0,970	0,965	0,975	0,965	0,975	0,998
19	9,0	0,995	0,980	0,975	0,980	0,975	0,985	0,999
20	9,5	0,997	0,985	0,980	0,985	0,980	0,990	1,000
21	10,0	1,000	0,985	0,985	0,990	0,985	0,992	
22	10,5		0,990	0,990	0,995	0,990	0,995	
23	11,0		0,995	0,992	0,998	1,000	1,000	
24	11,5		0,998	0,993	0,999			
25	12,0		1,000	0,995	1,000			
26	12,5			0,996				
27	13,0			0,997				
28	13,5			1,000				

Продолжение таблицы 1

№ п/п	Время t,с	Варианты заданий и ординаты кривой разгона						
		8	9	10	11	12	13	14
1	0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	1,0	0,065	0,143	0,138	0,139	0,165	0,113	0,160
3	2,0	0,175	0,314	0,306	0,300	0,544	0,403	0,343
4	3,0	0,295	0,474	0,465	0,452	0,785	0,640	0,508
5	4,0	0,415	0,608	0,598	0,582	0,906	0,796	0,642
6	5,0	0,525	0,714	0,705	0,687	0,960	0,888	0,745
7	6,0	0,615	0,794	0,786	0,769	0,984	0,940	0,820
8	7,0	0,695	0,854	0,847	0,831	0,993	0,968	0,875
9	8,0	0,760	0,897	0,893	0,878	0,997	0,983	0,914
10	9,0	0,815	0,928	0,924	0,913	0,998	0,991	0,941
11	10,0	0,855	0,950	0,948	0,938	0,999	0,995	0,959
12	11,0	0,890	0,966	0,963	0,956	1,000	0,997	0,972
13	12,0	0,915	0,976	0,975	0,969		0,998	0,981
14	13,0	0,940	0,984	0,983	0,978		0,999	0,987
15	14,0	0,955	0,989	0,989	0,985		1,000	0,991
16	15,0	0,970	0,992	0,993	0,989			0,994
17	16,0	0,985	0,995	0,996	0,993			0,996
18	17,0	0,990	0,997	0,997	0,996			0,997
19	18,0	0,995	0,998	0,998	0,997			0,998
20	19,0	1,000	0,999	0,999	0,998			0,999
21	20,0		1,000	1,000	0,999			1,000
22	21,0				1,000			

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5

### ***ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ НАСТРОЙКИ РЕГУЛЯТОРА ПО КРИТЕРИЮ РАВНОЙ СТЕПЕНИ ЗАТУХАНИЯ И ПОСТРОЕНИЕ ПРОЦЕССА РЕГУЛИРОВАНИЯ В ЛИНЕЙНОЙ АСР С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ***

Цель работы:

- Овладение частотным методом и процедурой выделения области устойчивости в пространстве параметров настройки регуляторов.
- Овладение методом и процедурой определения оптимальных параметров настройки изодромного регулятора, обеспечивающих заданную степень за-

тухания и минимизирующих первую интегральную оценку качества процесса регулирования на ПЭВМ.

- Исследование метода построения процесса регулирования, основанного на связи переходной функции с вещественной частотной характеристикой линейной автоматической системы с запаздыванием по каналу регулирующего воздействия.

## 1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Передаточная функция замкнутой одноконтурной системы (рисунок 1) по отношению к возмущающему воздействию  $f(t)$  имеет вид:

$$W_c(p) = \frac{W_f(p)}{1 \pm W_o(p) \cdot W_p(p)}, \quad (1)$$

где  $W_f(p)$  – передаточная функция объекта по отношению к возмущению  $f(t)$ ;  $W_o(p)$  – передаточная функция объекта по отношению к управляющему воздействию;  $W_p(p)$  – передаточная функция регулятора.

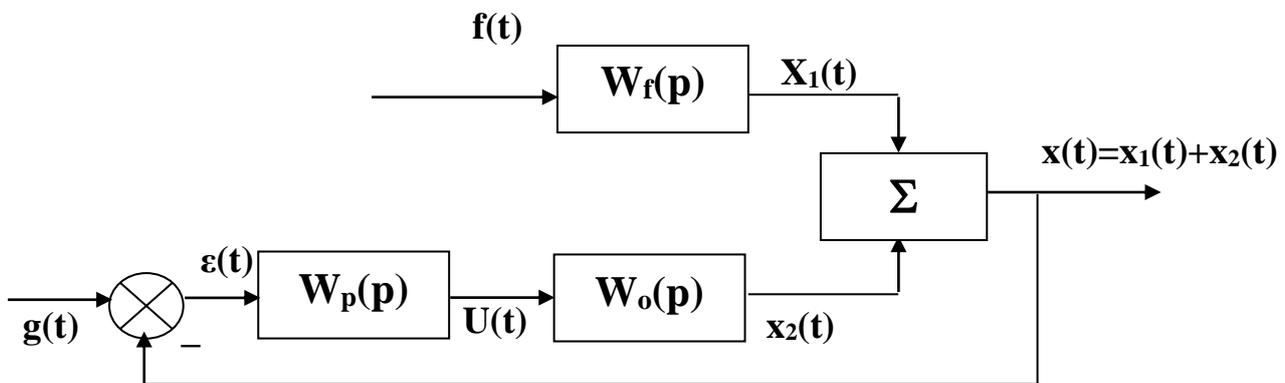


Рисунок 1 – Структурная схема АСР

Передаточная функция

- издромного регулятора (ПИ-регулятора) имеет вид:

$$W_p(p) = \pm \frac{C_1 p + C_0}{p}, \quad (2)$$

- непрерывного ПИД-регулятора имеет вид:

$$W_p(p) = \pm \frac{C_2 p^2 + C_1 p + C_0}{p}, \quad (3)$$

где  $C_0, C_1, C_2$  – настроечные параметры регулятора.

Для устойчивости системы знак передаточной функции регулятора выбирается противоположным знаком передаточной функции объекта по отношению к управлению  $W_0(p)$ , если обратная связь положительна и, наоборот, при отрицательной обратной связи знаки передаточных функций  $W_0(p)$  и  $W_p(p)$  должны быть одинаковы.

Подставим в (1) передаточную функцию ПИ-регулятора (2). Получим:

$$W_c(p) = \frac{W_f(p)}{1 + W_0(p) \cdot \frac{C_1 p + C_0}{p}}. \quad (4)$$

Тогда изображение по Лапласу переходной функции системы будет равно:

$$X(p) = \frac{1}{p} \cdot W_f(p) = \frac{W_f(p)}{p + W_0(p) \cdot (C_1 p + C_0)}. \quad (5)$$

Форма переходной функции зависит от корней характеристического уравнения системы

$$p + W_0(p) \cdot (C_1 p + C_0) = 0, \quad (6)$$

которые в свою очередь зависят от выбора параметров настройки изодромного регулятора  $C_1$  и  $C_0$ . Эти параметры должны быть в определенном смысле оптимальны.

Имеется много подходов к выбору оптимальных параметров настройки регулятора. Один из самых популярных состоит в выборе параметров по заданной степени затухания

$$\psi = \frac{A_1 - A_3}{A_1}, \quad (7)$$

где  $A_1$  – первая амплитуда;  $A_3$  – третья амплитуда процесса регулирования.

Степень затухания  $\psi$  и показатель колебательности  $m$  связаны соотношением

$$\psi = 1 - e^{-2\pi m}, \quad (8)$$

где  $2\pi m$  – логарифмический декремент затухания.

При исследовании систем на устойчивость часто представляет интерес не только факт существования устойчивости или неустойчивости, но и определение пределов изменения значений одного или нескольких параметров в области, внутри которой система сохраняет устойчивость.

Методика построения областей была разработана Ю.И. Наймарком и называется методом D-разбиения плоскости параметров.

Метод D-разбиения заключается в разделении пространства параметров на области с равным числом  $l$  правых корней ( $l=0,1,2,\dots$ ). Границей области будут такие значения неизвестных параметров, при которых хотя бы пара комплексно-сопряженных корней лежит на мнимой оси.

Неизвестные параметры системы управления, соответствующие границе устойчивости, определяются из характеристического уравнения замкнутой системы управления при  $p = j\omega$ .

Для одноконтурной системы управления с передаточной функцией разомкнутой системы

$$W(p) = W_0(p)W_p(p) = ke^{-p\tau}(C_1p+C_0)/((a_2p^2+a_1p+1)p) \quad (9)$$

характеристическое уравнение имеет вид:

$$D(p) = a_2p^3 + a_1p^2 + p + C_1ke^{-p\tau} + C_0ke^{-p\tau} = 0. \quad (10)$$

Подставив  $p = j\omega$  и, разделяя полученное уравнение на вещественную и мнимую части, получим (учитывая  $e^{-jx} = \cos x - j\sin x$ ):

$$\begin{cases} -a_1\omega^2 + C_0K(\cos \omega\tau - j\sin \omega\tau) - ja_2\omega^3 + j\omega + j\omega C_1K(\cos \omega\tau - j\sin \omega\tau) = 0, \\ \begin{cases} C_1\omega K \sin \omega\tau + C_0K \cos \omega\tau - a_1\omega^2 = 0; \\ C_1\omega K \cos \omega\tau - C_0K \sin \omega\tau - a_2\omega^3 + \omega = 0. \end{cases} \end{cases} \quad (11)$$

Решение полученной системы уравнения приводит к следующему выражению:

$$C_1 = \frac{1}{K} (a_1 \omega \sin \omega \tau + a_2 \omega^2 \cos \omega \tau - \cos \omega \tau), \quad (12)$$

$$C_0 = \frac{1}{K} (-a_2 \omega^3 \sin \omega \tau + a_1 \omega^2 \cos \omega \tau + \omega \sin \omega \tau). \quad (13)$$

Значения  $C_0$ ,  $C_1$  при изменении частоты от 0 до  $\infty$  дадут границу области устойчивости. Для выделения области устойчивости нужно нанести штриховку слева от границы области устойчивости, если определитель системы положителен, и справа, если определитель отрицателен.

Для полученной системы (11) определитель равен:

$$\Delta = \begin{vmatrix} k\omega \sin \omega \tau & k \cos \omega \tau \\ k\omega \cos \omega \tau & -k \sin \omega \tau \end{vmatrix} = -k^2 \omega. \quad (14)$$

Для определения неизвестных параметров системы регулирования, обеспечивающих требуемую степень затухания переходного процесса, в характеристическое уравнение (10) делается подстановка  $p = j\omega - m\omega$ , что обеспечивает требуемое отношение мнимой и вещественной составляющих корней характеристического уравнения. В результате преобразования получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} C_1 k \omega \sin \omega \tau e^{m\omega \tau} - C_1 k m \omega \cos \omega \tau e^{m\omega \tau} + C_0 k \cos \omega \tau e^{m\omega \tau} + A_1 &= 0, \\ C_1 k \omega \cos \omega \tau e^{m\omega \tau} + C_1 k m \omega \sin \omega \tau e^{m\omega \tau} - C_0 k \sin \omega \tau e^{m\omega \tau} + A_2 &= 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $A_1 = 3a_2 m \omega^3 - a_2 m^3 \omega^3 - a_1 \omega^2 + a_1 m^2 \omega^2 - m\omega = a_2 m \omega^3 (3 - m^2) + a_1 \omega^2 (m^2 - 1) - m\omega$ ,

$A_2 = -a_2 \omega^3 + 3a_2 m^2 \omega^3 - 2a_1 m \omega^2 + \omega = a_2 \omega^3 (3m^2 - 1) - 2a_1 m \omega^2 + \omega$ .

Решение системы уравнений (15) имеет вид:

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{1}{k\omega} e^{-m\omega \tau} [A_1 \sin \omega \tau + A_2 \cos \omega \tau]; \\ C_0 &= -\frac{1}{k} e^{-m\omega \tau} [(A_1 m - A_2) \sin \omega \tau + (A_2 m + A_1) \cos \omega \tau]. \end{aligned} \quad (16)$$

При изменении частоты от 0 до  $\infty$  получим линию равной степени затухания в плоскости параметров  $C_0, C_1$ , вдоль которой степень затухания переходного процесса одинакова (рисунок 3), но различны значения динамической ошибки. Поэтому для выбора оптимальной точки на этой линии необходимо дополнительно привлечь к рассмотрению какой-либо другой критерий оптимальности, например, первую интегральную оценку качества процесса регулирования (см. рисунок 2).

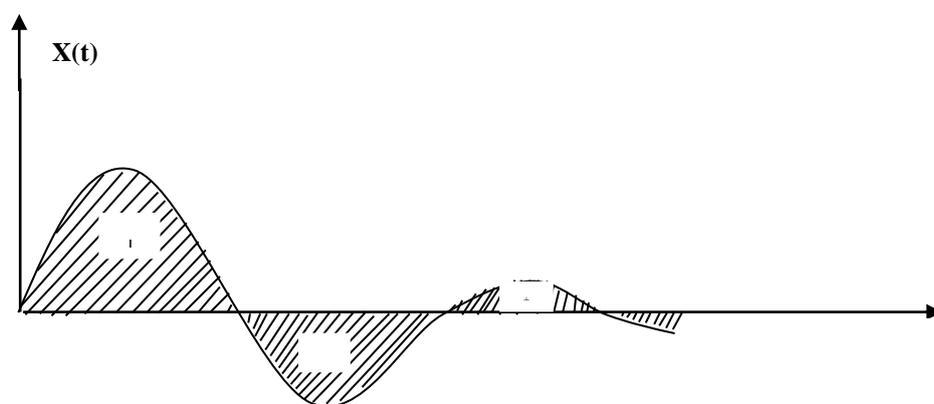


Рисунок 2 – Первая интегральная оценка

Первая интегральная оценка имеет следующий вид:

$$I_1 = \int_0^{\infty} x(t) dt. \quad (17)$$

Чем меньше ее значение при заданной степени затухания  $\psi(m)$ , тем выше качество процесса регулирования. Первая интегральная оценка легко определяется по изображению переходной функции. Действительно,

$$I_1 = \lim_{p \rightarrow 0} \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-pt} dt = \lim_{p \rightarrow 0} X(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{W_f(p)}{p + W_o(p) \cdot (C_1 p + C_0)} = \frac{W_f(0)}{W_o(0) \cdot C_0}. \quad (18)$$

Из (18) следует, что, при прочих равных условиях, первая интегральная оценка принимает минимальное значение на линии равного затухания, когда параметр  $C_0$  достигает максимума.

Оптимальным параметрам будет соответствовать точка правее вершины (точка А).

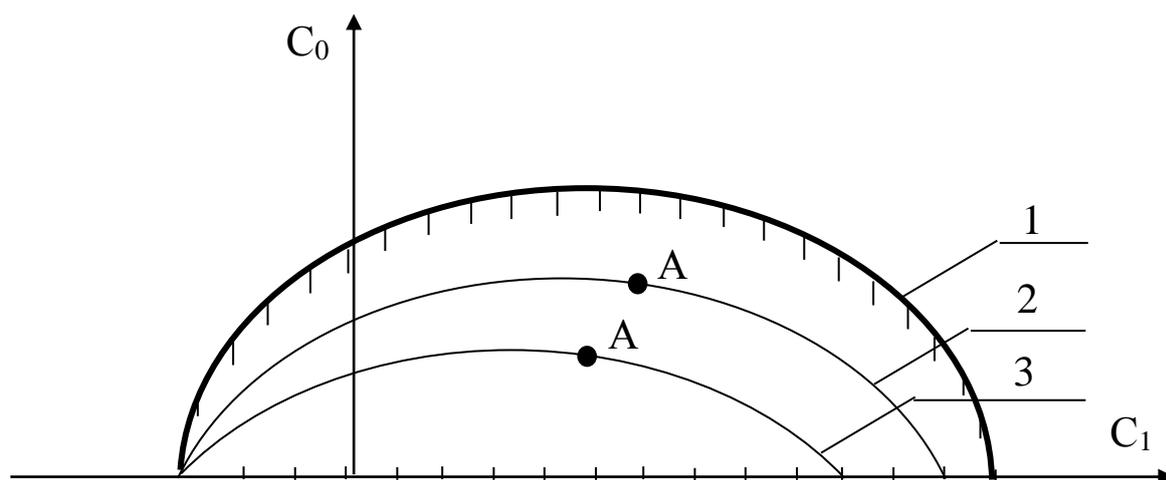


Рисунок 3 – Разбиение области устойчивости в плоскости параметров настройки ПИД-регулятора: 1 – граница области устойчивости ( $m = 0$ ); 2 – кривая равной степени затухания ( $m = 0,221$ ); 3 – кривая равной степени затухания ( $m = 0,366$ )

Как видно из рисунка 3, в интересующем нас интервале  $0 \leq \omega \leq \omega_1$  параметр  $C_0(m, \omega)$  – выпуклая, унимодальная функция  $\omega$ . В силу этого для нахождения максимума  $C_0(m, \omega)$  целесообразно использовать метод последовательного поиска экстремума с адаптацией длины шага  $\Delta\omega$ . Блок-схема алгоритма такого поиска представлена на рисунке 4.

При определении значений параметров настройки в случае применения ПИД-регулятора необходимо в (1) подставить передаточную функцию регулятора (3). В этом случае получим:

$$W_c(p) = \frac{W_f(p)}{1 + W_o(p) \cdot \frac{C_2 p^2 + C_1 p + C_0}{p}} \quad (19)$$

или

$$W_c(p) = \frac{W_f(p)}{1 + \frac{ke^{-\tau p}}{a_2 p^2 + a_1 p + 1} \cdot \frac{C_2 p^2 + C_1 p + C_0}{p}} \quad (20)$$

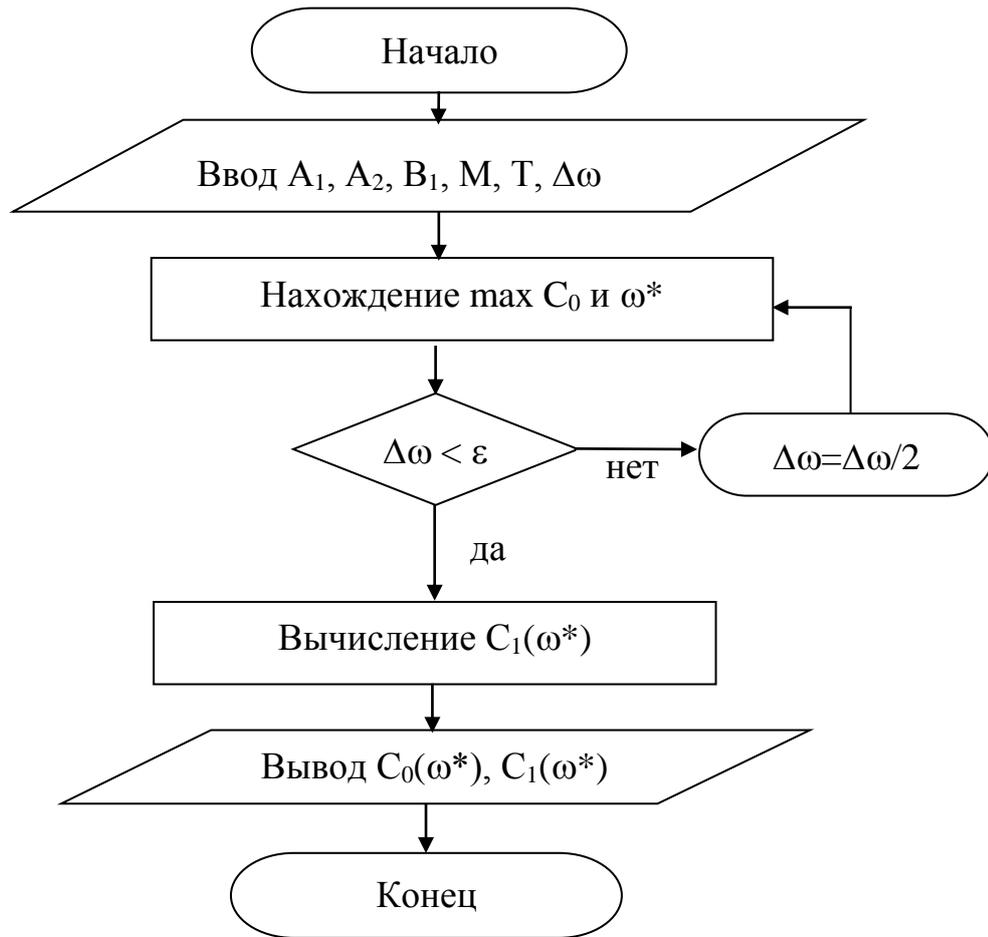


Рисунок 4 – Блок-схема алгоритма

Характеристическое уравнение примет вид:

$$ke^{-\tau p}(C_2 p^2 + C_1 p + C_0) + p(a_2 p^2 + a_1 p + 1) = 0. \quad (21)$$

Подставив в уравнение (21)  $p = j\omega$  и, разделяя полученное уравнение на вещественную и мнимую части, получим (учитывая  $e^{-jx} = \cos x - j\sin x$ ):

$$-kC_2\omega^2 \cos\omega\tau + kC_0 \cos\omega\tau + kC_1\omega \sin\omega\tau - a_1\omega^2 = 0, \quad (22)$$

$$kC_1\omega \cos\omega\tau + kC_2\omega^2 \sin\omega\tau - kC_0 \sin\omega\tau - a_2\omega^3 + \omega = 0. \quad (23)$$

Решение уравнений (22) и (23) относительно  $C_1$  или  $C_0$  при  $p = j\omega$  имеет вид:

$$C_1(\omega) = \frac{1}{k} [a_1\omega \sin\omega\tau + a_2\omega^2 \cos\omega\tau - \cos\omega\tau], \quad (24)$$

$$C_0(\omega) = -\frac{1}{k} [a_2\omega^3 \sin\omega\tau - \omega \sin\omega\tau - a_1\omega^2 \cos\omega\tau - kC_2\omega^2], \quad (25)$$

Параметры системы управления, обеспечивающие требуемую степень затухания переходного процесса, определяются из выражений:

$$C_1(\omega) = -\frac{1}{k\omega} e^{-m\omega\tau} [A_1 \sin \omega\tau + A_2 \cos \omega\tau] + 2C_2 m\omega, \quad (26)$$

$$C_0(\omega) = -\frac{1}{k} e^{-m\omega\tau} [(A_1 m - A_2) \sin \omega\tau + (A_2 m + A_1) \cos \omega\tau] + C_2 \omega^2 (m^2 + 1), \quad (27)$$

где  $A_1 = a_2 m \omega^3 (3 - m^2) + a_1 \omega^2 (m^2 - 1) - m\omega$ ;  $A_2 = a_2 \omega^3 (3m^2 - 1) - 2a_1 m \omega^2 + \omega$ .

В автоматических системах регулирования с запаздыванием по каналу регулирования переходный процесс определяется выражением:

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \operatorname{Re}(\omega) \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega, \quad (28)$$

где  $\operatorname{Re}(\omega)$  – вещественная частотная характеристика (ВЧХ) замкнутой автоматической системы;  $h(t)$  – переходная функция.

Как правило, интегрирование в правой части (28) встречает непреодолимые математические трудности. Поэтому практически всегда в указанном случае ординаты переходной функции находятся путем интегрирования выражения (28) численными методами.

Вещественная частотная характеристика системы  $\operatorname{Re}(\omega)$  – убывающая функция аргумента  $\omega$ .

График вещественной частотной характеристики автоматической системы регулирования с передаточной функцией (2) имеет вид, представленный на рисунке 5.

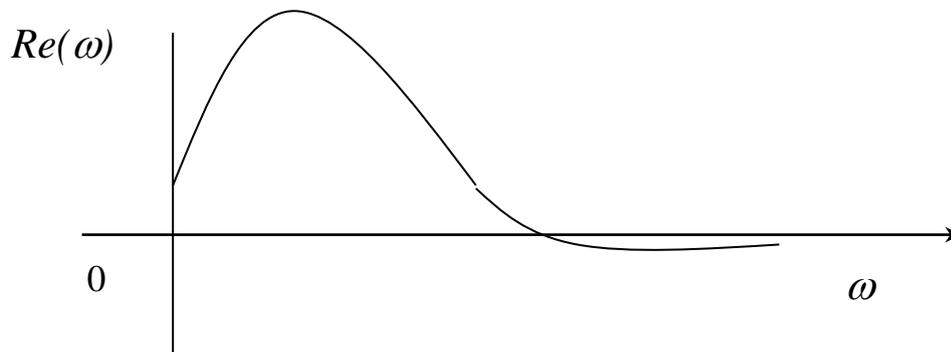


Рисунок 5 – График вещественной частотной характеристики

Численное интегрирование в бесконечном интервале, как это предписывает выражение (28), невозможно. Поэтому верхний предел интегрирования ограничивают частотой среза, в качестве которой принимается частота, начиная с которой модуль вещественной частотной характеристики становится и остается меньше наперед выбранного значения малой величины. В качестве последней может быть принято 5% максимальной ординаты ВЧХ. Таким образом, вначале необходимо найти по графику максимальное значение ординаты ВЧХ, т.е.  $\max \operatorname{Re}(\omega)$ , а затем определить значение

$$\operatorname{Re}(\omega_{\text{ср}}) = 0,05 \cdot \max \operatorname{Re}(\omega).$$

Далее строим график переходного процесса системы по формуле:

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\omega_{\text{ср}}} \operatorname{Re}(\omega) \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega, \quad (29)$$

где  $\omega_{\text{ср}}$  – частота среза, определенная по графику вещественной частотной характеристики автоматической системы регулирования

При практическом использовании АСР к ним предъявляются не только требования устойчивости. Наряду с этим важны другие динамические свойства, которые в общей совокупности характеризуют качество процесса регулирования. К таким динамическим свойствам относятся:

- а) поведение системы в начальный момент сразу после приложения возмущения;
- б) характер поведения регулируемой величины в переходном режиме;
- в) поведение системы при приближении к новому установившемуся состоянию;
- г) длительность перехода системы из одного установившегося состояния в другое.

Если при рассмотрении устойчивости АСР величина возмущающего воздействия и состояние системы, предшествующее ее переходному режиму (покой, равномерное движение и т.п.), не являются определяющими (так как изучалось предельное состояние системы, на которое они не оказывают влияния),

то при исследовании качества переходных процессов эти факторы имеют решающее значение.

Основные показатели качества процесса регулирования линейных систем следующие:

1. **Время переходного процесса  $t_n$**  определяется как интервал времени от начала переходного процесса до момента, когда отклонение выходной величины от ее нового установившегося значения становится меньше определенной достаточно малой величины. Обычно в качестве последней берут 2-5% максимального отклонения в переходный период.

2. **Статическая ошибка регулирования** – отклонение регулируемой величины от заданного значения по окончании переходного процесса.

3. **Максимальное отклонение  $\max x(t)$**  – отклонение, вызванное возмущением, определяется величиной  $A_1$ .

4. **Перерегулирование** – максимальное отклонение, вычисленное относительно нового установившегося значения  $X_{уст}$ , пропорционального или равного заданному воздействию  $X_{зд}$ :

$$\sigma = \frac{\Delta X_{\max} - X_{уст}}{X_{уст}} \cdot 100\%.$$

В большинстве случаев требуется, чтобы перерегулирование не превышало 10-30%.

5. **Колебательность переходного процесса** – оценивается отношением соседних максимумов  $A_2/A_1$  и выражается в %. Переходный процесс обычно должен иметь 1-2 колебания, но допускается до 3-4 колебаний.

6. **Степень затухания** – отношение разности двух соседних положительных максимумов переходного процесса к первому из соседних максимумов:

$$\psi = \frac{A_1 - A_3}{A_1} = 1 - \frac{A_3}{A_1},$$

где  $A_1$  и  $A_3$  – амплитудные значения ординат процесса регулирования.

## 2 ЗАДАНИЕ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Работа выполняется на ПЭВМ каждым студентом самостоятельно. Значения коэффициентов  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  передаточной функции объекта управления берутся из отчета о выполнении лабораторной работы «Идентификация технологических объектов управления».

Для построения области устойчивости в плоскости настроечных параметров регулятора необходимо ввести значение показателя колебательности  $m = 0$ .

Для построения кривой равной степени затухания ввести значения показателя колебательности  $m = 0,221$  и (или)  $m = 0,366$ .

1. На одном из терминалов отлаживается программа «WINMNC».
2. В оперативную память ЭВМ вводятся данные  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $H_1$ ,  $T$ ,  $M$ .
3. На экран дисплея выводятся и распечатываются на принтере значения параметров системы управления:
  - соответствующие границе устойчивости;
  - обеспечивающие требуемую степень затухания переходного процесса.
4. Определяются оптимальные параметры настройки исследуемого регулятора.
5. Строится ВЧХ и рассчитывается переходный процесс.
6. Определяются показатели качества процесса регулирования.

## 3 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Наименование и цель лабораторной работы.
2. Результаты расчета области устойчивости и кривой равной степени затухания в плоскости настроечных параметров регулятора (тип регулятора задается устно преподавателем).

3. Графики выделения области устойчивости в пространстве параметров настройки регулятора и кривых равной степени затухания.
4. График ВЧХ.
5. График кривой переходного процесса.

#### **4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Как рассчитываются параметры настройки непрерывного регулятора?
2. Что такое степень затухания процесса регулирования?
3. Какая существует зависимость между степенью затухания и степенью колебательности?
4. Какой геометрический смысл имеет первая интегральная оценка качества процесса регулирования?
5. Какова связь между переходной функцией и ВЧХ системы?
6. Что такое частота среза?
7. Как определить частоту среза по графику ВЧХ?
8. Как определяется продолжительность процесса регулирования?
9. Как определяется перерегулирование?
10. Как определяется статическая ошибка регулирования?
11. Что такое колебательность и ее оценка?
12. Как определяется максимальное динамическое отклонение?

#### **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6**

##### ***СИНТЕЗ АСР НА ОСНОВЕ КРИТЕРИЯ МАКСИМАЛЬНОЙ СТЕПЕНИ УСТОЙЧИВОСТИ***

Цель работы: овладение методикой расчета оптимальных параметров настройки регуляторов на основе критерия максимальной степени устойчивости переходных процессов.

## 1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Синтез систем автоматического управления технологическими процессами в различных отраслях промышленности осуществляется в большинстве случаев с использованием интегральных критериев качества.

Наиболее распространенными являются улучшенные интегральные квадратичные критерии, отражающие качество переходных процессов в системе:

$$J_k = \int_{t_0}^{t_1} [E^2(t) + j_1 (E^{(1)}(t))^2 + \dots + j_k (E^{(k)}(t))^2] dt, \quad (1)$$

где  $E(t)$  – сигнал ошибки;  $j_i$ ,  $i = 1, k$  – весовые коэффициенты (определяются проектировщиком системы);  $t_0, t_1$  – моменты начала и конца работы системы.

Приравнивая в (1) весовые коэффициенты нулю, получим один из наиболее распространенных на практике критерий минимума интеграла квадрата ошибки:

$$J_0 = \int_{t_0}^{t_1} E^2(t) dt. \quad (2)$$

Критерии (1), (2) обладают рядом существенных недостатков. Во-первых, их применяют, если имеется информация о входных воздействиях. Во-вторых, использование критерия (2) даже при управлении объектами невысокого порядка может привести к слабозатухающим переходным процессам. Критерий вида (1) лишен последнего недостатка, однако для его вычисления требуются достоверные значения производных сигналов высокого порядка, что в условиях действия интенсивных помех представляет собой отдельную и сложную техническую проблему. Кроме того, ошибочный выбор значений весовых коэффициентов может свести на нет преимущества критерия (1). В-третьих, синтез закона управления, минимизирующего интегральные критерии, требует значительных вычислительных затрат и приводит к увеличению объема памяти микропроцессорных вычислительных устройств. Указанных недостатков лишен критерий максимальной степени устойчивости. Его использование однозначно определяет параметры регулятора независимо от входных воздействий.

**Степенью устойчивости** называется минимальное значение абсолютных величин вещественных частей корней характеристического уравнения замкнутой системы:

$$h = \min |\operatorname{Re} p_k|, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

На плоскости корней степень устойчивости представляет собой расстояние от мнимой оси до ближайшего к ней корня или пары чисто мнимых корней (рисунок 1).

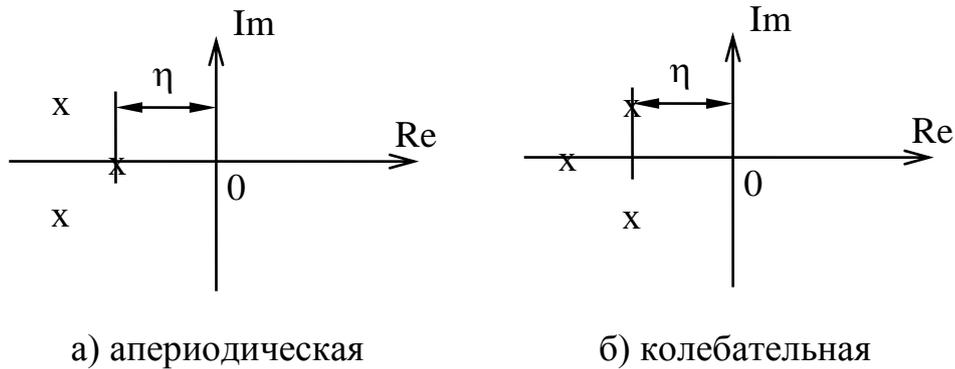


Рисунок 1 – Степень устойчивости

В том случае, когда ближайшим к мнимой оси является вещественный корень (рисунок 1,а), **степень устойчивости** называют **аperiodической**. Если ближе всех к мнимой оси расположена пара **сопряженных комплексных корней** (рисунок 1,б), степень устойчивости называют **колебательной**.

Рассмотрим случай аperiodической степени устойчивости, когда ближайший к мнимой оси корень  $p_1 = -h$ . В этом случае уравнение для переходного процесса будет иметь вид:

$$y_n(t) = C_1 \cdot e^{-h \cdot t} + \sum_{k=2}^n C_k \cdot e^{p_k \cdot t}, \quad (4)$$

где  $p_2, \dots, p_n$  – корни характеристического уравнения;  $C_1, C_2, \dots, C_k$  – произвольные постоянные.

Если выполняется условие:

$$|\operatorname{Re} p_k| \gg h, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (5)$$

т. е. корни  $p_2, p_3, \dots, p_n$  значительно дальше удалены от мнимой оси, чем корень  $p_1 = -h$ , то составляющие переходного процесса (4) затухают значительно быстрее первой составляющей и приближенно можно записать, что

$$y_n(t) \approx C_1 \cdot e^{-ht}. \quad (6)$$

Следовательно, при выполнении условия (5) переходный процесс в АСР весьма близок к обычной экспоненте. Так как экспонента практически затухает за время, равное трем ее постоянным времени, то для времени переходного процесса системы регулирования можно написать приближенное соотношение:

$$t_n \approx \frac{3}{h}. \quad (7)$$

Полученная формула справедлива и в том случае, когда ближайшими к мнимой оси являются комплексно-сопряженные корни, если все остальные корни характеристического уравнения удалены от мнимой оси на расстояние, значительно большее, чем  $h$ .

Таким образом, корневая оценка качества (3) может служить приближенной мерой быстродействия АСР. Чем больше  $h$ , тем меньше время переходного процесса в системе и тем выше быстродействие АСР.

Многие промышленные объекты управления могут быть описаны моделью вида:

$$W_0(p) = \frac{k_0 \cdot \exp(-\tau p)}{(T_0 p + 1)}, \quad (8)$$

где  $k_0$  – коэффициент усиления;  $T_0$  – постоянная времени;  $\tau$  – запаздывание.

Рассмотрим замкнутую систему для случая, когда объект описывается передаточной функцией (8). Найдем выражения для параметров настройки следующих законов регулирования: П-, ПИ-, ПД-, ПИД-законов. Для названных законов управления характеристические уравнения замкнутых систем имеют следующий вид:

И-закон

$$D_n(\lambda) = (T_0 \cdot \lambda + 1) \cdot \lambda \cdot \exp(\tau \cdot \lambda) + k_0 \cdot k_n = 0, \quad (9)$$

ПИ-закон

$$D_{\text{ПИ}}(\lambda) = (T_0 \cdot \lambda + 1) \cdot \lambda \cdot \exp(\tau \cdot \lambda) + k_0 \cdot (k_{\text{и}} + k_{\text{п}} \cdot \lambda) = 0, \quad (10)$$

ПД-закон

$$D_{\text{ПД}}(\lambda) = (T_0 \cdot \lambda + 1) \cdot \exp(\tau \cdot \lambda) + k_0 \cdot (k_{\text{п}} + k_{\text{д}} \cdot \lambda) = 0, \quad (11)$$

ПИД-закон

$$D_{\text{ПИД}}(\lambda) = (T_0 \cdot \lambda + 1) \cdot \lambda \cdot \exp(\tau \cdot \lambda) + k_0 \cdot (k_{\text{и}} + k_{\text{п}} \cdot \lambda + k_{\text{д}} \cdot \lambda^2) = 0. \quad (12)$$

Определим максимальную степень устойчивости для указанных выше законов. При этом продифференцируем (9) один, (10) и (11) два, (12) три раза. Тогда получаем:

для И - закона

$$\dot{D}_{\text{И}}(\lambda) = [\tau \cdot T_0 \cdot \lambda^2 + (\tau + 2 \cdot T_0) \cdot \lambda + 1] \cdot \exp(\tau \cdot \lambda) = 0; \quad (13)$$

для ПИ - закона

$$\dot{D}_{\text{ПИ}}(\lambda) = [\tau \cdot T_0 \cdot \lambda^2 + (\tau + 2 \cdot T_0) \cdot \lambda + 1] + k_0 \cdot k_{\text{п}} = 0; \quad (14)$$

$$\ddot{D}_{\text{ПИ}}(\lambda) = [\tau^2 \cdot T_0 \cdot \lambda^2 + (\tau^2 + 4 \cdot \tau \cdot T_0) \cdot \lambda + 2 \cdot (\tau + T_0)] \cdot \exp(\tau \cdot \lambda) = 0, \quad (15)$$

для ПД - закона

$$\dot{D}_{\text{ПД}}(\lambda) = [\tau \cdot T_0 \cdot \lambda + \tau + T_0] \cdot \exp(\tau \cdot \lambda) + k_0 \cdot k_{\text{д}} = 0; \quad (16)$$

$$\ddot{D}_{\text{ПД}}(\lambda) = [\tau^2 \cdot T_0 \cdot \lambda + \tau^2 + 2 \cdot \tau \cdot T_0] \cdot \exp(\tau \cdot \lambda) = 0, \quad (17)$$

для ПИД - закона

$$\dot{D}_{\text{ПИД}}(\lambda) = [\tau \cdot T_0 \cdot \lambda^2 + (\tau + 2 \cdot T_0) \cdot \lambda + 1] \cdot \exp(\tau \cdot \lambda) + k_0 \cdot (k_{\text{п}} + 2 \cdot k_{\text{д}} \cdot \lambda) = 0; \quad (18)$$

$$\ddot{D}_{\text{ПИД}}(\lambda) = [\tau^2 \cdot T_0 \cdot \lambda^2 + (\tau^2 + 4 \cdot \tau \cdot T_0) \cdot \lambda + 2 \cdot (\tau + T_0)] \cdot \exp(\tau \cdot \lambda) + 2 \cdot k_0 \cdot k_{\text{д}} = 0; \quad (19)$$

$$D_{\text{ПИД}}^{(3)}(\lambda) = [\tau^3 \cdot T_0 \cdot \lambda^2 + (\tau^3 + 6 \cdot \tau^2 \cdot T_0) \cdot \lambda + 3 \cdot \tau^2 + 6 \cdot \tau \cdot T_0] \cdot \exp(\tau \cdot \lambda) = 0. \quad (20)$$

Из выражений (13), (15), (17), (20) в результате замены  $\lambda$  на  $-J$  и приравнявая к нулю выражений, заключенных в квадратные скобки, получаем соотношения для максимальной степени устойчивости, приведенные в таблице 1.

Таблица 1

Вид закона регулирования	Выражение для критерия максимальной степени устойчивости	Выражения для параметров настройки регулятора
1	2	3
И	$J_{\text{и}} = \frac{1}{\tau} + \frac{1}{2 \cdot T_0} - \sqrt{\frac{1}{\tau^2} + \frac{1}{4 \cdot T_0^2}}$	$k_{\text{и}} = \frac{1}{k_0} \cdot (1 - T_0 \cdot J_{\text{и}}) \cdot J_{\text{и}} \cdot \exp(-\tau \cdot J_{\text{и}})$
ПИ	$J_{\text{пи}} = \frac{2}{\tau} + \frac{1}{2 \cdot T_0} - \sqrt{\frac{2}{\tau^2} + \frac{1}{4 \cdot T_0^2}}$	$k_{\text{и}} = \frac{1}{k_0} \cdot [(\tau + 2 \cdot T_0) \cdot J_{\text{пи}} - \tau \cdot T_0 \cdot J_{\text{пи}}^2 - 1] \times$ $\times \exp(-\tau \cdot J_{\text{пи}});$ $k_{\text{и}} = \frac{1}{k_0} \cdot [(\tau + T_0) - \tau \cdot T_0 \cdot J_{\text{пи}}] \cdot J_{\text{пи}}^2 \times$ $\times \exp(-\tau \cdot J_{\text{пи}})$
ПД	$J_{\text{пд}} = \frac{2}{\tau} + \frac{1}{T_0}$	$k_{\text{д}} = \frac{T_0}{k_0} \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{T_0} - 2\right);$ $k_{\text{и}} = \frac{1}{k_0} \cdot \left(\frac{4 \cdot T_0}{\tau} + 1\right) \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{T_0} - 2\right)$
ПИД	$J_{\text{пид}} = \frac{3}{\tau} + \frac{1}{2 \cdot T_0} - \sqrt{\frac{3}{\tau^2} + \frac{1}{4 \cdot T_0^2}}$	$k_{\text{д}} = \frac{1}{2 \cdot k_0} \cdot [\tau^2 \cdot (J_{\text{пид}} - T_0 \cdot J_{\text{пид}}^2) - 2 \cdot \tau \times$ $\times (1 - 2 \cdot T_0 \cdot J_{\text{пид}}) - 2 \cdot T_0] \cdot \exp(-\tau \cdot J_{\text{пид}})$ $k_{\text{и}} = \frac{1}{k_0} \cdot [-\tau^2 \cdot T_0 \cdot J_{\text{пид}}^3 + (\tau^2 + 3 \cdot \tau \cdot T_0) \times$ $\times J_{\text{пид}}^2 - \tau \cdot J_{\text{пид}} - 1] \cdot \exp(-\tau \cdot J_{\text{пид}});$ $k_{\text{и}} = \frac{1}{2 \cdot k_0} \cdot [-\tau^2 \cdot T_0 \cdot J_{\text{пид}}^4 + (\tau^2 + 2 \cdot \tau \times$ $\times T_0) \cdot J_{\text{пид}}^3 + 4 \cdot T_0 \cdot J_{\text{пид}}^2 - 4 \cdot J_{\text{пид}}] \times$ $\times \exp(-\tau \cdot J_{\text{пид}})$

## 2 УКАЗАНИЕ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Используя результаты лабораторной работы «Идентификация технологических объектов управления», рассчитать оптимальные параметры настройки регуляторов на основе критерия максимальной степени устойчивости переход-

ных процессов. Закон регулирования указывается устно преподавателем. Пункт 1 выполняется студентами до прихода в лабораторию.

2. Собрать исследуемую схему АСР (рисунок 2) с использованием программно реализованных функциональных блоков пакета моделирования на ПЭВМ. Получить график переходного процесса и оценить показатели качества переходного процесса.

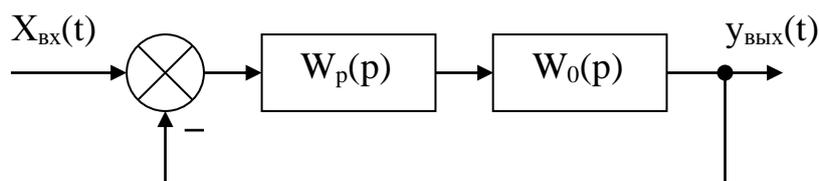


Рисунок 2 – Структурная схема АСР

### 3 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Структурная схема АСР.
2. График кривой разгона объекта по каналу регулирования.
3. Расчет оптимальных по степени устойчивости параметров настройки типовых регуляторов.
4. Схема моделирования АСР, составленная с использованием программно реализованных функциональных блоков пакета моделирования на ПЭВМ.
5. График кривой переходного процесса в АСР.
6. Оценка показателей качества переходного процесса.

### 4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте методы оценки качества переходных процессов.
2. Что называется степенью устойчивости системы?
3. Что такое апериодическая, колебательная степень устойчивости?
4. Как определяется колебательность системы?
5. Как найти время переходного процесса  $t_n$ ?

6. В чем сущность выбора оптимальных по степени устойчивости параметров настройки регулятора?

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7**

### ***ИССЛЕДОВАНИЕ КАСКАДНЫХ САУ***

Цель работы: изучение методов расчета замкнутых контуров каскадной САУ и исследование показателей качества управления в системе.

#### **1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ**

Удовлетворительное качество регулирования в простейших одноконтурных системах с использованием стандартных законов регулирования можно обеспечить лишь при благоприятных динамических характеристиках объекта. Однако большинству промышленных объектов свойственно значительное чистое запаздывание и большие постоянные времени. В таких случаях даже при оптимальных настройках регуляторов одноконтурные АСР характеризуются большими динамическими ошибками, длительными переходными процессами. Для повышения качества регулирования необходим переход от одноконтурных АСР к более сложным системам, использующим дополнительные (корректирующие) импульсы по возмущениям или вспомогательным выходным координатам. Такие системы, кроме обычного стандартного регулятора, содержат вспомогательные регулирующие устройства – динамические компенсаторы или дополнительные регуляторы.

В зависимости от характера корректирующего импульса различают следующие многоконтурные САУ:

- каскадные – двухконтурные замкнутые САУ, построенные на базе двух стандартных регуляторов и использующие кроме основной выходной координаты дополнительный промежуточный выход (рисунок 1,2);

- комбинированные, сочетающие обычный замкнутый контур регулирования с дополнительным каналом, по которому через динамический компенсатор вводится импульс по возмущению;

- с дополнительным импульсом по производной от промежуточной выходной координаты.

Как правило, каскадную систему применяют в следующих случаях:

1) если необходимый канал регулирования обладает большим запаздыванием, и улучшить качество регулирования можно с помощью другой регулируемой величины (или можно получить информацию о той же регулируемой величине, но из другой точки, с меньшим запаздыванием), быстрее воспринимающей те возмущения, которые должны быть скомпенсированы разрабатываемой системой;

2) если необходимо, чтобы задание по контуру стабилизации величины  $X_1$  изменилось в соответствии с другой переменной  $X_2$ ;

3) если необходимо существенно увеличить быстродействие системы либо ее коэффициент усиления, а возможности одноконтурной АСР уже исчерпаны.

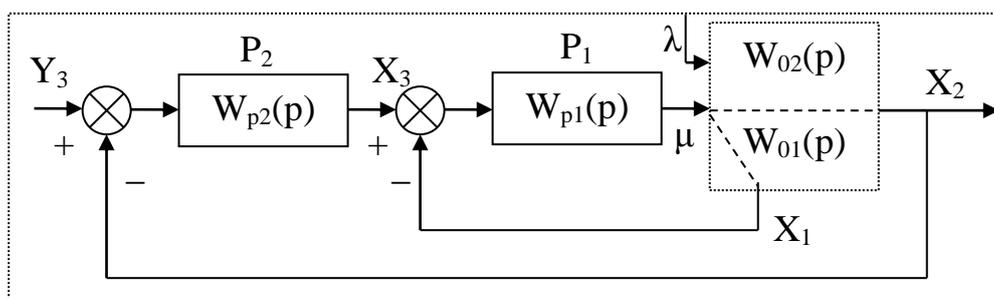


Рисунок 1 – Каскадная САУ со стабилизирующим регулятором

(вариант 1)

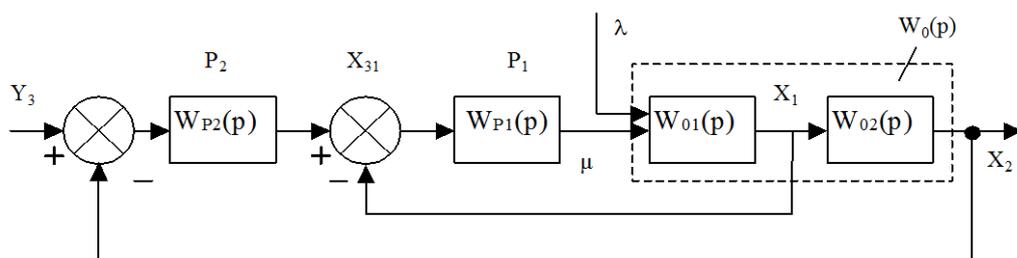


Рисунок 2 – Каскадная САУ со стабилизирующим регулятором (вариант 2)

Каскадные САУ имеют два замкнутых контура (внутренний – менее инерционный со стабилизирующим регулятором  $P_1$  и внешний – более инерционный с корректирующим регулятором  $P_2$ ). Последнее обстоятельство позволяет осуществлять исследования и расчет замкнутых контуров следующими способами.

Первый способ. Первоначально исследуют одноконтурную систему, содержащую внутренний малоинерционный контур, включающий передаточные функции  $W_{01}(p)$ ,  $W_{p1}(p)$ . При этом выбирают закон управления внутреннего контура, определяют оптимальные параметры настройки регулятора  $P_1$ , области устойчивости. При известных параметрах регулятора  $P_1$  исследование всей системы в целом приводится к исследованию одноконтурной системы. При этом в состав эквивалентного объекта входит внутренний малоинерционный контур и передаточная функция  $W_{02}(p)$ .

Для выбранного закона управления определяют оптимальные параметры настройки регулятора  $P_2$  и качественные показатели управления по основной регулируемой величине.

Второй способ. В том случае, если инерционность внутреннего и внешнего контуров различна, и во внутреннем контуре отсутствует запаздывание (что позволяет коэффициент  $K_{p1}$  внутреннего контура выбирать достаточно большим), можно рекомендовать первоначально определить закон управления и выбрать оптимальные параметры настройки регулятора  $P_2$  внешнего инерционного контура. Система приводится к одноконтурной, передаточная функция объекта в которой имеет вид:

для структуры, приведенной на рисунке 1:

$$\begin{aligned} W_0(p) &= \frac{W_{p1}(p)}{1 + W_{p1}(p) \cdot W_{01}(p)} \cdot W_{02}(p) = \frac{K_{p1} \cdot W_{p1}^*(p)}{1 + K_{p1} \cdot W_{p1}^*(p)} \cdot W_{02}(p) = \\ &= \frac{W_{p1}^*(p)}{1/K_{p1} + W_{p1}^*(p) \cdot W_{01}(p)} \cdot W_{02}(p), \end{aligned}$$

где  $W_{p1}(p) = K_{p1} \cdot W_{p1}^*(p)$ .

Считая, что  $1/K_{p1} \approx 0$ , получаем

$$W_0(p) \approx \frac{W_{02}(p)}{W_{01}(p)};$$

для структуры, приведенной на рисунке 2:

$$\begin{aligned} W_0(p) &= \frac{W_{p1}(p) \cdot W_{01}(p)}{1 + W_{p1}(p) \cdot W_{01}(p)} \cdot W_{02}(p) = \frac{K_{p1} \cdot W_{p1}^*(p) \cdot W_{01}(p)}{1 + W_{p1}^*(p) \cdot W_{01}(p)} \cdot W_{02}(p) = \\ &= \frac{W_{p1}^*(p) \cdot W_{01}(p) \cdot W_{02}(p)}{1/K_{p1} + W_{p1}^*(p) \cdot W_{01}(p)} \approx W_{02}(p). \end{aligned}$$

После нахождения параметров регулятора  $P_2$  определяют закон управления и оптимальные параметры настройки стабилизирующего регулятора  $P_1$ , приводя схему к одноконтурному виду и предполагая, что все  $W_{p1}(p)$ ,  $W_{01}(p)$ ,  $W_{02}(p)$  известны и входят в состав эквивалентного объекта. Далее исследуют всю систему в целом.

Отметим особенности выбора законов регулирования для стабилизирующего и корректирующего регуляторов.

Выбор законов регулирования в процессе упрощенного расчета САУ осуществляют на основе **априорного правила**: стабилизирующий регулятор  $P_1$  должен быть статическим с П- или ПД-законом регулирования; корректирующий регулятор  $P_2$  должен быть для объекта с самовыравниванием астатическим с ПИ- или ПИД-законом регулирования.

Приведенное правило справедливо особенно в том часто встречающемся при регулировании химико-технологических процессов случае, когда в каскадной САУ требуется обеспечить достаточно жесткую стабилизацию основной регулируемой величины  $X_2$ , а промежуточная (вспомогательная) регулируемая величина  $X_1$  может изменяться в широком диапазоне. Пренебрежение этим правилом и применение в каскадной САУ статического объекта, например, двух астатических регуляторов, приводит к ухудшению устойчивости и качества переходных процессов в системе.

Использование в стабилизирующем контуре регулятора  $P_1$  с интегральной составляющей иногда бывает оправдано, если этот контур обладает небольшим коэффициентом усиления.

## **2 ЗАДАНИЕ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ**

1. Работа выполняется на ПЭВМ каждым студентом самостоятельно. Задание варианта расчета каскадной САУ со стабилизирующим регулятором (вариант 1 или вариант 2), задание численных значений параметров передаточных функций объектов для внешнего и внутреннего контуров каждый студент получает от преподавателя. Студент самостоятельно выбирает законы регулирования и обосновывает свой выбор при защите отчета.

2. В соответствии с вариантом задания студент приводит систему к одноконтурной и преобразует передаточную функцию объекта в соответствующую эквивалентной.

Данный этап выполняется студентом до начала лабораторных занятий.

3. Определяют оптимальные по степени затухания параметры настройки регулятора внутреннего контура.

4. При известных параметрах регулятора внутреннего контура определяют оптимальные по степени затухания параметры настройки регулятора внешнего контура.

5. С использованием программно-реализованных функциональных блоков набирают модель всей САУ в соответствии с вариантом задания и определяют качественные показатели управления по основной регулируемой величине.

6. С помощью имитационного эксперимента проверяют качество регулирования с выбранными настройками и при необходимости корректируют параметры настройки регулятора.

## **3 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА**

Отчет о выполнении лабораторной работы должен содержать:

1. Исходные данные в виде структурной схемы каскадной САУ со стабилизирующим регулятором, передаточные функции объектов для внутреннего и внешнего контуров, численные значения передаточных функций объекта.
2. Схему моделирования каскадной САУ.
3. Расчет передаточной функции эквивалентного объекта в каскадной САУ.
4. Расчет численных значений оптимальных параметров настроек регуляторов внутреннего и внешнего контуров каскадной САУ.
5. Графики переходных процессов по внутренней (вспомогательной) регулируемой величине и по основной регулируемой величине.
6. Анализ полученных результатов.

#### **4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Из каких соображений выбирают каскадные САУ в схемах автоматизации химико-технологических процессов?
2. Приведите структурные схемы каскадных САУ.
3. Какую последовательность проектирования можно рекомендовать для расчета каскадной САУ?
4. Какое правило существует для выбора закона регулирования в процессе упрощенного расчета каскадной САУ?

Таблица 1 – Исходные данные

Номер варианта	Параметры передаточной функции					
	внутреннего контура $W_{01}(p) = \frac{K}{T_1 p + 1}$		внешнего контура $W_{02}(p) = \frac{K e^{-p\tau}}{T_2 p^2 + T_1 p + 1}$			
	K	T <sub>1</sub>	K	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	τ
1	1	0,25	1	3,14	1,52	0,5
2	1	0,50	1	3,15	1,45	1,0
3	1	0,25	1	2,88	1,25	0,5
4	1	0,25	1	3,16	1,44	0,5
5	1	0,25	1	1,92	0,78	0,5
6	1	0,25	1	2,88	1,43	0,5
7	1	0,75	1	5,73	2,70	0,5
8	1	0,50	1	3,95	1,59	1,0
9	1	1,00	1	4,02	1,64	2,0
10	1	1,00	1	4,18	1,65	2,0
11	1	0,75	1	3,69	1,43	1,5
12	1	0,75	1	3,99	1,55	1,5
13	1	0,75	1	3,88	1,55	1,5
14	1	0,75	1	3,82	1,50	1,5
15	1	0,75	1	3,56	1,30	1,5
16	1	1,00	1	3,16	1,40	2,0
17	1	1,00	1	3,39	1,25	2,0
18	1	0,75	1	3,46	1,25	1,5
19	1	1,00	1	5,64	2,57	2,0
20	1	1,00	1	5,92	2,44	2,0
21	1	0,50	1	2,93	1,10	1,0
22	1	0,25	1	1,88	0,56	0,5
23	1	0,25	1	2,19	0,89	0,5
24	1	0,25	1	2,24	1,06	0,5
25	1	0,50	1	4,36	1,98	1,0

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 8

### *ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОСВЯЗНОЙ САУ*

Цель работы: изучение многосвязной САУ и определение показателей качества процессов автоматического регулирования системы связного регулирования и сравнение этих показателей с качеством процессов регулирования несвязной системы.

## 1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

В одноконтурных, каскадных и комбинированных системах автоматического регулирования состояние объекта регулирования определяется одной регулируемой величиной и усложнение структурной информационной схемы в каскадной или комбинированной системе определяется только требованием улучшить показатели качества процессов регулирования. Однако в ряде отраслей промышленности состояние многих объектов управления определяется несколькими регулируемыми величинами. Число регулирующих воздействий и число регулирующих органов в таких объектах обычно равно числу регулируемых величин.

При этом возможны два варианта:

1. Каждый регулирующий орган воздействует только на «свою» регулируемую величину и практически не оказывает влияния на другие регулируемые величины. В этом случае каждая АСР функционирует независимо от настройки других систем, как в объекте с одной регулируемой величиной.

2. Каждый регулирующий орган воздействует не только на «свою» регулируемую величину, но в большей или меньшей степени влияет и на другие регулируемые величины.

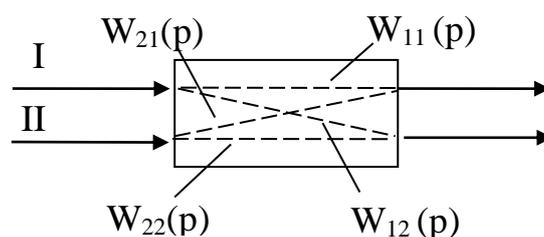


Рисунок 1 – Схема двусвязного объекта

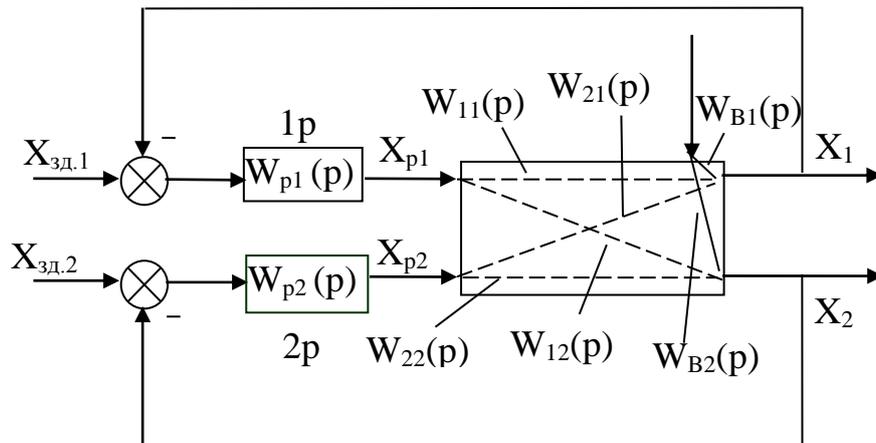


Рисунок 2 – Структурная схема системы автоматического регулирования объекта с двумя взаимозависимыми величинами

Рассмотрим методы расчета многосвязных систем регулирования на примере объекта с двумя входами и двумя выходами (рисунок 1). Передаточные функции  $W_{11}(p)$  и  $W_{22}(p)$  называются основными, а передаточные функции  $W_{12}(p)$  и  $W_{21}(p)$  – перекрестными.

Структурная схема автоматического регулирования объекта с взаимозависимыми величинами показана на рисунке 2. Из этой схемы видно, что регуляторы 1Р и 2Р входят в два взаимозависимых контура, и регулирующее воздействие регулятора 1Р по перекрестной связи объекта является возмущением для регулируемой величины  $X_2$ , а регулирующее воздействие регулятора 2Р – возмущением для регулируемой величины  $X_1$ . Поэтому качество процессов регулирования в системах с объектами, имеющие внутренние перекрестные связи, при прочих равных условиях, будет хуже, чем в системах с независимыми регулируемыми величинами. Для улучшения качества регулирования объектов со взаимозависимыми регулируемыми величинами необходимо компенсировать влияние перекрестных связей в объекте внешними компенсирующими связями между регуляторами, т.е. создать систему связанного регулирования.

Систему автоматического регулирования объекта с двумя взаимозависимыми величинами, представленную на рисунке 2, можно преобразовать в эквивалентную систему двух одноконтурных АСР, как показано на рисунке 3. Каждая из одноконтурных АСР состоит из регулятора  $W_{pi}(p)$  и эквивалентного объекта  $W_{\alpha i}(p)$  ( $i = 1, 2$ ).

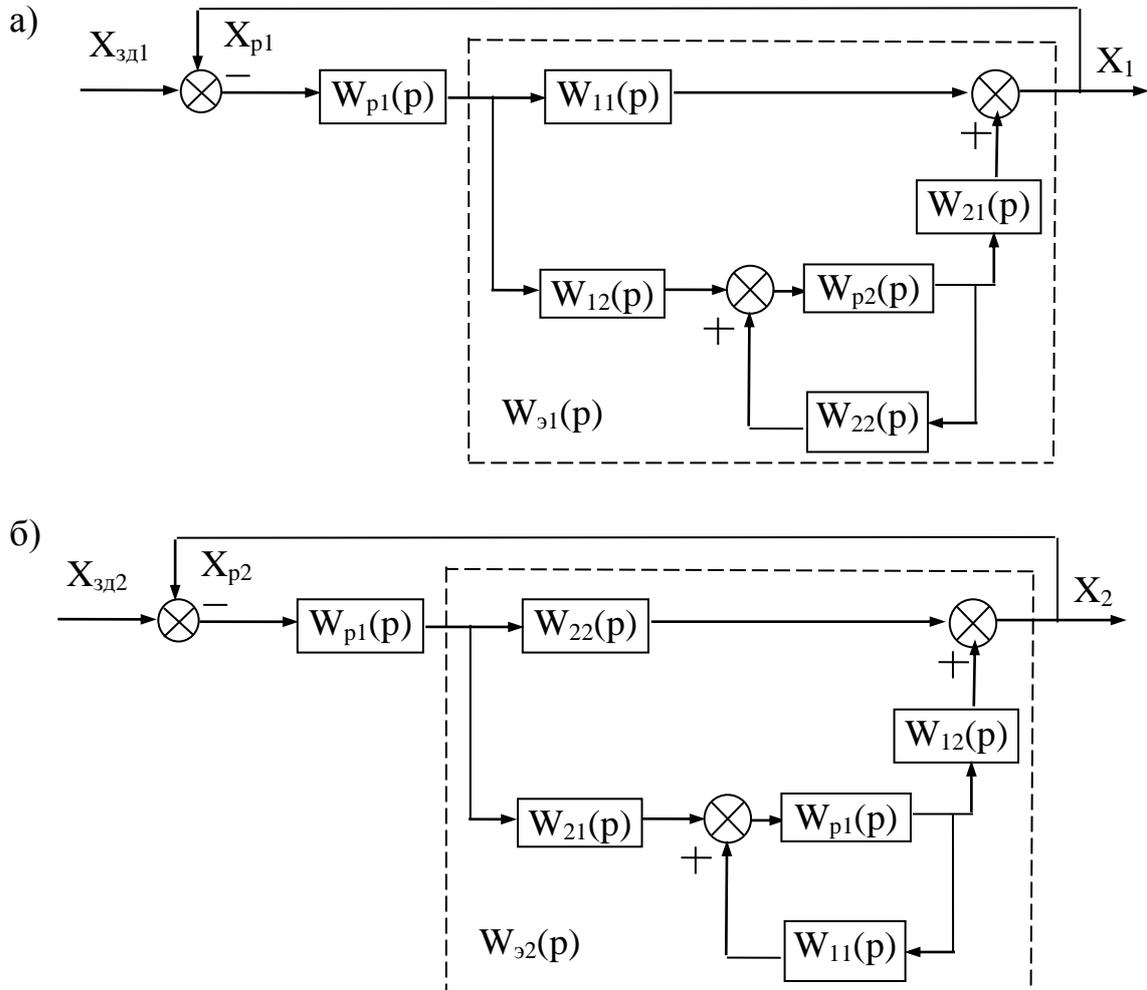


Рисунок 3 – Преобразование двумерной зависимой системы регулирования к эквивалентным одноконтурным АСР

Выведем передаточную функцию эквивалентного объекта в одноконтурной АСР. Как видно из рисунка 3,а, такой объект состоит из основного канала регулирования и связанной с ним параллельно системы, включающей второй замкнутый контур регулирования и два перекрестных канала объекта.

Передаточная функция эквивалентного объекта имеет вид:

$$W_{\Sigma 1}(p) = W_{11}(p) + \frac{W_{12}(p) \cdot W_{p2}(p) \cdot W_{21}(p)}{1 - W_{22}(p) \cdot W_{p2}(p)}. \quad (1)$$

Второе слагаемое в правой части уравнения (1) отражает влияние второго контура регулирования на рассматриваемую систему и по существу является корректирующей поправкой передаточной функции прямого канала.

Аналогично для второго эквивалентного объекта (рисунок 3,б) получим передаточную функцию в виде:

$$W_{\Sigma 2}(p) = W_{22}(p) + \frac{W_{21}(p) \cdot W_{p1}(p) \cdot W_{12}(p)}{1 - W_{11}(p) \cdot W_{p1}(p)}. \quad (2)$$

Для качественной оценки взаимного влияния контуров регулирования используют комплексный коэффициент связанности:

$$K_{CB}(j\omega) = \frac{W_{12}(j\omega) \cdot W_{21}(j\omega)}{W_{11}(j\omega) \cdot W_{22}(j\omega)}, \quad (3)$$

который обычно вычисляют на нулевой частоте (т. е. в установившихся режимах) и на рабочих частотах регуляторов  $\omega_{p1}$  и  $\omega_{p2}$ . В частности, при  $\omega = 0$  значение  $K_{CB}$  определяется отношением коэффициентов усиления по перекрестным и основным каналам:

$$K_{CB}(0) = \frac{K_{12} \cdot K_{21}}{K_{11} \cdot K_{22}}. \quad (4)$$

Если на этих частотах  $K_{CB} \approx 0$ , объект можно рассматривать как односвязный; при  $K_{CB} > 1$  целесообразно пометить местами прямые и перекрестные каналы («перекрестное» регулирование); при  $0 < K_{CB} < 1$  расчет одноконтурных АСР необходимо вести по передаточным функциям эквивалентных объектов (1) и (2).

Пусть объект регулирования связанной системы имеет равные передаточные функции по всем каналам регулирования:

$$W_{11}(p) = W_{22}(p) = W_{12}(p) = W_{21}(p) = W_{b1}(p) = W_{b2}(p) = W(p).$$

Тогда получаем (см. рисунок 2):

$$X_1(p) = W(p)[X_{p1}(p) + X_{p2}(p) + X_b(p)];$$

$$X_2(p) = W(p)[X_{p_2}(p) + X_{p_1}(p) + X_b(p)]. \quad (5)$$

Уравнения регуляторов имеют вид:

$$X_{p_1} = W_{p_1} \cdot X_1;$$

$$X_{p_2} = W_{p_2} \cdot X_2.$$

Исключив из уравнений (5) регулирующие воздействия  $X_p$ , получим:

$$X_1(p) = W(p)[W_{p_1} \cdot X_{p_1}(p) + W_{p_2} \cdot X_{p_2}(p) + X_b(p)],$$

$$X_2(p) = W(p)[W_{p_2} \cdot X_{p_1}(p) + W_{p_2} \cdot X_{p_2}(p) + X_b(p)],$$

что после преобразований дает:

$$X_1(p) = \frac{W(p)}{1 - 2W(p)W_p(p)} X_b(p). \quad (6)$$

Напомним, что уравнение движения для разомкнутой системы с одним регулируемым параметром имеет вид:

$$X(p) = \frac{W(p)}{1 - W(p)W_p(p)} X_b(p). \quad (7)$$

Из уравнений (6) и (7) определяем характеристические уравнения систем:

для системы с независимыми регулируемыми величинами

$$1 - W_{об}(p) \cdot W_p(p) = 0; \quad (8)$$

для системы со взаимозависимыми регулируемыми величинами

$$1 - 2W_{об}(p) \cdot W_p(p) = 0. \quad (9)$$

Из уравнений (8) и (9) следует, что граница устойчивости для системы с независимыми регулируемыми величинами достигается при следующем значении передаточной функции разомкнутой системы:

$$W_{об}(p) \cdot W_p(p) = 1, \quad (10)$$

а для системы со взаимно зависимыми регулируемыми величинами при

$$W_{об}(p) \cdot W_p(p) = 0,5. \quad (11)$$

Из уравнений (10) и (11) следует, что область устойчивости значительно сокращается в системах с существенными перекрестными связями между регулируемыми величинами. Поэтому, если рассчитывать параметры настройки ав-

томатических регуляторов для объектов со взаимозависимыми регулируемыми величинами как одноконтурные АСР без учета внутренних перекрестных связей, то такие АСР могут стать неустойчивыми при их совместной работе и для сохранения устойчивости системы будет необходимо уменьшить коэффициенты усиления регуляторов таким образом, чтобы годографы амплитудно-фазовых характеристик разомкнутых систем не охватывали точку с координатами  $(-0,5; j0)$ . Очевидно, что при этом уменьшится быстродействие регуляторов и, следовательно, ухудшится качество процессов автоматического регулирования.

Из сказанного следует, что качество процессов автоматического регулирования объектов со взаимозависимыми регулируемыми величинами при значительных перекрестных связях будет хуже, чем аналогичных объектов с независимыми регулируемыми величинами, и только одной корректировкой параметров настройки автоматических регуляторов нельзя достигнуть такого же качества регулирования, как на объектах с независимыми регулируемыми величинами. Чтобы получить высокое качество регулирования на объектах со взаимозависимыми регулируемыми величинами, необходимо компенсировать внутренние перекрестные связи, т. е. использовать системы связанного регулирования.

Теоретической основой для разработки рациональных схем связанного регулирования является принцип автономности.

Сущность этой теории состоит в том, что сложные системы с несколькими взаимозависимыми регулируемыми величинами расчленяются на системы, находящиеся в условиях статической и динамической автономности. Достигается это введением между регуляторами внешних связей, обеспечивающих компенсацию внутренних связей в объекте между регулируемыми величинами. В этом случае изменение одной регулируемой величины не вызывает изменения остальных регулируемых величин, если другие возмущения стабилизированы.

Рассмотрим структурную схему связанной системы автоматического ре-

гулирования для объекта с двумя взаимозависимыми регулируемыми величинами (рисунок 4).

Каждая из регулируемых величин  $X_1$  и  $X_2$  находится под влиянием регулирующих воздействий  $X_{p1}$  и  $X_{p2}$  как по основным, так и по перекрестным каналам. Например, регулирующее воздействие  $X_{p1}$ , предназначенное для управления величиной  $X_1$  по основному каналу  $W_{11}(p)$ , оказывает воздействие по перекрестному каналу  $W_{12}(p)$  на параметр  $X_2$ . Чтобы компенсировать воздействие по перекрестному каналу  $W_{12}(p)$ , необходимо одновременно изменить регулирующее воздействие  $X_{p2}$  по каналу  $W_{22}(p)$ . Эти функции выполняют компенсирующие регуляторы  $W_{k12}(p)$  и  $W_{k21}(p)$ . Определим, чему должны быть равны передаточные функции компенсирующих регуляторов, чтобы они могли реализовать требуемое условие автономности системы.

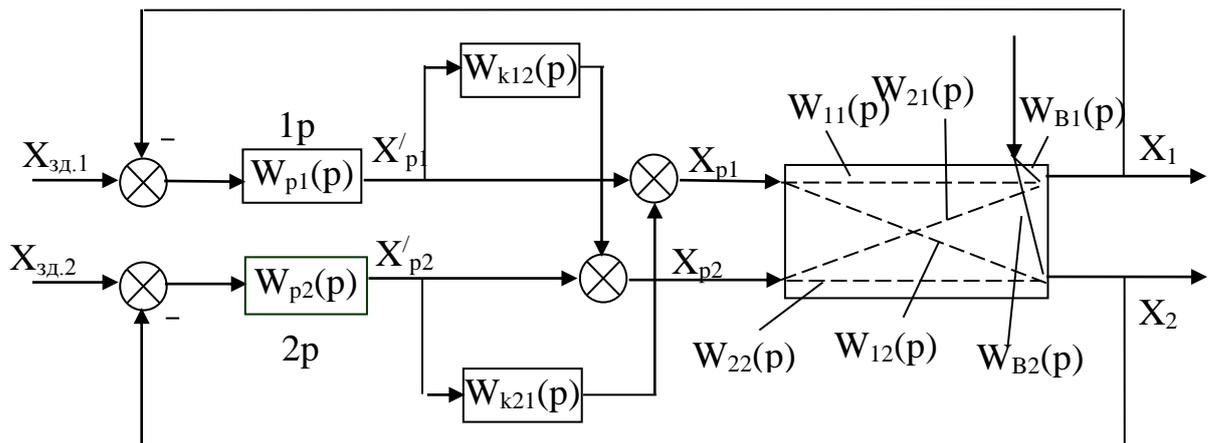


Рисунок 4 – Структурная схема связанной системы автоматического регулирования объекта с двумя взаимозависимыми величинами

Из структурной схемы (см. рисунок 4) видно, что регулируемый параметр  $X_2$  не будет зависеть от регулирующего воздействия  $X'_{p1}$  в том случае, если выполняется условие абсолютной инвариантности:

$$W_{12}(p) - W_{k12}(p)W_{22}(p) = 0. \quad (12)$$

Условие автономности будет выполнено, если компенсирующий регулятор будет иметь следующую передаточную функцию:

$$W_{k12}(p) = W_{12}(p)/W_{22}(p). \quad (13)$$

Аналогично для другого компенсирующего регулятора:

$$W_{k21}(p) = W_{21}(p)/W_{11}(p). \quad (14)$$

Наличие компенсирующих регуляторов повышает устойчивость системы регулирования. Действительно, при наличии перекрестных связей и компенсирующих регуляторов можно записать:

$$X_1(p) = \frac{W_b(p)}{1 - W_{p1}(p) \cdot W_{11}(p) - W_{p1}(p) \cdot W_{k12}(p) \cdot W_{21}(p)} \cdot X_b(p). \quad (15)$$

Подставляя в это выражение передаточную функцию компенсирующего регулятора, получаем:

$$X_1(p) = \frac{W_b(p)}{\left\{ 1 - W_{p1}(p) \cdot W_{11}(p) \left[ 1 - \frac{W_{21}(p) \cdot W_{12}(p)}{W_{11}(p) \cdot W_{22}(p)} \right] \right\}} \cdot X_b(p). \quad (16)$$

Допустим, что

$$W_{11}(p) = W_{22}(p) = W(p); \quad W_{12}(p) = W_{21}(p) = 0,5 \cdot W(p),$$

тогда получим:

$$X_1(p) = \frac{W_b(p)}{1 - 0,75 W_{p1}(p) \cdot W(p)} \cdot X_b(p) \quad (17)$$

и характеристическое уравнение системы запишется в виде:

$$1,33 - W(p) \cdot W_{p1}(p) = 0. \quad (18)$$

Следовательно, границей устойчивости становится точка с координатами  $(-1,33; j0)$ , и область устойчивости АСР увеличивается.

Точная реализация передаточных функций компенсирующих регуляторов  $W_{k12}(p)$  и  $W_{k21}(p)$  не всегда возможна. На практике чаще всего компенсирующие регуляторы реализуют в виде простейших звеньев, например усилительных.

Параметры настройки основных регуляторов 1Р и 2Р в связанных системах автоматического регулирования рассчитываются независимо один от другого и независимо от компенсирующих регуляторов как одноконтурные системы с передаточными функциями объектов регулирования  $W_{11}(p)$  и  $W_{22}(p)$ .

## 2 ЗАДАНИЕ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

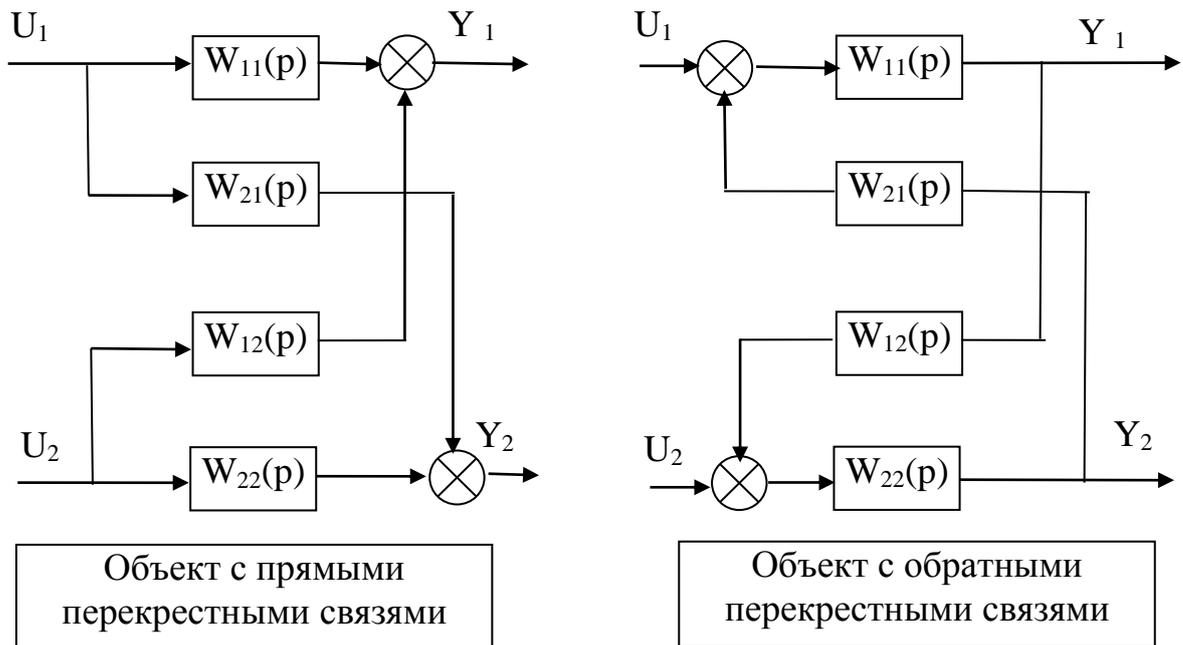
Работа выполняется на ПЭВМ с помощью программы MVACS каждым студентом самостоятельно.

Главное меню программы имеет вид:

<p>ГЛАВНОЕ МЕНЮ          Выбор варианта задач          Задание параметров          Просмотр параметров          Исследование системы          Процесс управления          Проверка робастности          Выход из программы F10</p>
--

1. Выбрать команду ГЛАВНОГО МЕНЮ «Выбор варианта задачи».

По этой команде программа переходит в режим выбора задачи и на экране появляется следующее изображение:



Выполнение лабораторной работы проводится в два этапа.

На первом этапе студент должен из меню «Выбор варианта задачи» три позиции, а именно:

Объект с обратными связями

Непрерывное управление

Неавтономное управление

На втором этапе студент должен выбрать из меню «Выбор варианта задачи» три позиции, а именно:

Объект с обратными связями

Непрерывное управление

Автономное управление

Выбор каждой позиции осуществляется нажатием клавиши [Enter], после чего перед соответствующим пунктом меню появляется «галочка».

По окончании выбора достаточно нажатия клавиши [End], чтобы вернуться в ГЛАВНОЕ МЕНЮ.

2. Выбрать команду «Задание параметров» ГЛАВНОГО МЕНЮ.

По этой команде на экране появляется структурная схема, соответствующая выбранной задаче.

Студент должен задать передаточные функции, входные и выходные воздействия.

Параметры передаточных функций объекта  $W_{11}(p)$ ,  $W_{12}(p)$ ,  $W_{21}(p)$  и  $W_{22}(p)$  приведены в таблице 1.

Параметры передаточных функции регуляторов  $R_{11}(p)$  и  $R_{22}(p)$  приведены в таблице 2.

Номер варианта задается устно преподавателем.

Для записи аналитических выражений задающих и возмущающих воздействий  $f(t)$  и  $g(t)$  студент должен навести засветку на соответствующую букву, нажать [Enter] и войти в меню библиотеки сигналов, из которого необходимо выбрать тип функции, а именно:

$$f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2;$$

$$g(t) = \begin{cases} a, & \text{при } t < t_1; \\ 0, & \text{при } t > t_1; \end{cases}$$

и задать числовые значения параметров выбранных функций:

$$a_0 = 1; \quad a_1 = 0; \quad a_2 = 0;$$

$$a = 1; \quad t_1 = 0.$$

После выполнения операции «Задание параметров» по нажатию клавиши [Esc] происходит возврат в ГЛАВНОЕ МЕНЮ. Студент, используя команду «Просмотр параметров» ГЛАВНОГО МЕНЮ проверяет правильность набора.

### 3. Выбрать команду «Процесс управления» ГЛАВНОГО МЕНЮ.

Выбор этой команды переводит программу в режим построения процесса управления. Студент должен выбрать функции  $Y_1$  и  $Y_2$  для отображения на экране дисплея. Для этого надо клавишами – стрелками подвести засветку к нужной букве и нажать [Enter].

### 4. Выбрать команду «Поиск минимума» меню ИССЛЕДОВАНИЕ

По этой команде программа запрашивает:

- диапазоны изменения параметров  $A$  и  $B$ , для которых будут просчитаны величины ошибок  $e_1$ ,  $e_2$  как функции времени;
- время регулирования  $t$  (не более 50).

Если студент задал конкретное значение времени регулирования, то будет искаться минимум по ошибкам  $e_1$  и  $e_2$ , а если вместо задания времени регулирования студент нажал [Esc], то будет искаться также и минимум по времени.

Качество процесса оценивается по трем критериям:

- 1) интеграл от модуля ошибки  $I_1$ ;
- 2) интеграл от квадрата ошибки  $I_2$ ;
- 3) время регулирования  $t$ .

Предварительно вычисляются корни характеристического уравнения замкнутой системы, и процесс строится только для устойчивых систем (устойчивость берется с некоторым запасом). Время регулирования оценивается по корням, но ограничивается сверху по условиям точности интегрирования.

Перебор значения параметров производится в следующем порядке: при заданном значении  $A$  перебираются все значения  $B$ .

Счет можно прервать, нажав [Esc].

После завершения счета на экране выдается значение о числе просчитанных вариантов, если счет был прерван, то сообщается, на каком варианте. Далее выдается наилучший вариант по каждому из критериев.

### 3 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет о выполнении лабораторной работы должен содержать:

1. Исходные данные.
2. Структурную схему исследуемой САУ.
3. Расчет передаточной функции эквивалентного объекта в системе несвязанного регулирования, а также комплексного коэффициента связанности.
4. Расчет передаточных функции компенсаторов  $Q_{12}(p)$  и  $Q_{21}(p)$ .
5. Графики переходных процессов в системе неавтономного и автономного управления.
6. Анализ результатов: вывод о качестве управления двухсвязным объектом при различных вариантах регулирования.

### 4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какой объект относится к многосвязным объектам?
2. Назовите методы автоматизации многосвязных объектов.
3. Для чего используется комплексный коэффициент связанности? Способы его вычисления и пределы определения.
4. В чем заключается сущность принципа автономности?
5. В чем заключается принцип инвариантности?
6. Сформулируйте условия физической реализуемости и технической реализации приближенной автономности.

Таблица 1 – Значения параметров передаточных функций двухсвязного объекта

№ варианта	Передаточная функция объекта	Параметры передаточных функций двухсвязного объекта и время запаздывания						
		K	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	τ
1.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	3	0	4,8	1	0,8
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	1	0	5,3	1	0,2
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	2,8	0	3,7	1	0,3
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	1,6	0	3,2	1	0,1
2.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	3,1	0	5	1	0,1
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	1	0	5,4	1	0,3
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	1	0	5,4	1	0,2
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	1	0	3,3	1	0,4
3.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	1	0	4	1	0,2
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	1	0	4,4	1	0,1
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	1	0	6,4	1	0,1
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	1	0	3,5	1	0,3
4.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	1	0	2,2	1	0,3
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	2,4	0	3,6	1	0,5
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	1	0	1,7	1	0,3
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	1	0	2,2	1	0,2
5.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	1	0	3,2	1	0,4
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	3,1	0	3,6	1	0,4
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	1	0	1,7	1	0,4
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	1	0	2,5	1	0,5
6.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	1	0	4,1	1	0,2
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	1,2	0	3,3	1	0,3
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	1	0	2,8	1	0,4
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	1	0	2,3	1	0,5
7.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	1	0	5,3	1	0,2
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	1	0	6,1	1	0,1
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	1	0	6,2	1	0,4
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	1	0	5,5	1	0,5
8.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	1	0	5,5	1	0,2
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	1	0	6,3	1	0,2
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	1	0	6,4	1	0,2
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	1	0	5,7	1	0,2
9.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	1	0	2,3	1	0,1
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	1	0	3,7	1	0,3
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	1	0	1,8	1	0,2
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	1	0	2,3	1	0,4
10.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	1,3	0	4,2	1	0,6
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	1,2	0	7,7	1	0,7
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	1,4	0	4,1	1	0,3
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	1,2	0	6,6	1	0,5
11.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	2	0	4,6	1	0
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	2,5	0	8,4	1	0,3
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	2,3	0	5,3	1	0,2
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	2,8	0	9,4	1	0

№ варианта	Передаточная функция объекта	Параметры передаточных функций двухсвязного объекта и время запаздывания						
		K	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	τ
12.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	3,1	0	3,2	1	0,1
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	3,4	0	3,5	1	0,3
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	3,2	0	3,3	1	0,3
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	3,6	0	3,7	1	0,3
13.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	3,1	0	4,2	1	0,4
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	2,4	0	4,6	1	0,2
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	2,4	0	4,4	1	0,2
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	1,7	0	4,8	1	0,1
14.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	1,1	0	1,2	1	0,3
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	1,2	0	1,4	1	1
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	1	0	1,3	1	0,4
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	1,4	0	1,5	1	0,2
15.	W <sub>11</sub> (p)	1	0	1	0	1,32	1	0,4
	W <sub>21</sub> (p)	1	0	1,1	0	1,45	1	0,2
	W <sub>12</sub> (p)	1	0	1,1	0	1,65	1	0,1
	W <sub>22</sub> (p)	1	0	0,8	0	1,47	1	0,4

Таблица 2 – Значения параметров передаточных функций регуляторов непрерывного действия

№ варианта	Передаточная функция регулятора	Параметры передаточных функций регулятора		
		$K_1$	$K_2$	$K_3$
1.	$R_{11}(p)$	1	1	0
	$R_{22}(p)$	1	1	0
2.	$R_{11}(p)$	4,1	8,5	0
	$R_{22}(p)$	7,3	8,4	0
3.	$R_{11}(p)$	2,08	3,59	0
	$R_{22}(p)$	2,1	4,3	0
4.	$R_{11}(p)$	2,5	5,45	0
	$R_{22}(p)$	2,1	5,91	0
5.	$R_{11}(p)$	3,9	6,15	0
	$R_{22}(p)$	4,1	4,32	0
6.	$R_{11}(p)$	3,2	9,2	0
	$R_{22}(p)$	3,2	3,9	0
7.	$R_{11}(p)$	2,8	7,6	0
	$R_{22}(p)$	5,2	6,4	0
8.	$R_{11}(p)$	3	7,8	0
	$R_{22}(p)$	3,4	9,8	0
9.	$R_{11}(p)$	1,7	6,7	0
	$R_{22}(p)$	2,3	4,5	0
10.	$R_{11}(p)$	2,5	2,5	0
	$R_{22}(p)$	4,1	4,6	0
11.	$R_{11}(p)$	1,5	5,9	0
	$R_{22}(p)$	2,3	8,2	0
12.	$R_{11}(p)$	1,1	4	0
	$R_{22}(p)$	1,7	2,8	0
13.	$R_{11}(p)$	1,1	2	0
	$R_{22}(p)$	1,5	4,5	0
14.	$R_{11}(p)$	0,6	2	0
	$R_{22}(p)$	0,6	2,7	0
15.	$R_{11}(p)$	0,7	2	0
	$R_{22}(p)$	1,1	2,8	0

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Теория автоматического управления : учебник / под ред. В. Б. Яковлева. – Изд. 3-е, стер. – М. : Высшая школа, 2009. – 567 с.
2. Шишмарев, В.Ю. Типовые элементы систем автоматического управления : учебник / В.Ю. Шишмарев. – 4-е изд., стер. – М. : Академия, 2009. – 304 с.
3. Черняк, В.З. Теория управления: учеб. Пособие / В.З. Черняк. – М.: Академия, 2010.
4. Корнеев, Н.В. Теория автоматического управления с практикумом: учеб. пособие / Н.В. Корнеев, Ю.С. Кустарев, Ю.Я. Морговский. – М.: Академия, 2010.
5. Малафеев, С.И. Основы автоматики и системы автоматического управления: учебник / С.И. Малафеев, А.А. Малафеева. – М: Академия, 2009.
6. Шишмарев, В.Ю. Основы автоматического управления : учебное пособие / В.Ю. Шишмарев. – М. : Академия, 2008. – 352 с.
7. Ким, Д.П. Сборник задач по теории автоматического управления : Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебное пособие / Д.П. Ким. – М. : Физматлит, 2008. – 328 с.
8. Дорф, Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. – 832 с.: ил.
9. Певзнер, Л.Д. Практикум по теории автоматического управления : учебное пособие / Л.Д. Певзнер. – М. : Высшая школа, 2006.
10. Теория управления: учебник/ под ред. Ю.В. Васильева, В.Н. Парахиной, Л.И. Ушвицкого. – Изд. 2-е, доп. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 608 с.
11. Васильев, К.К. Теория автоматического управления : учеб. пособие / К.К. Васильев. – Ульяновск, 2008.